

The logo for EPE (Energía de Santa Fe) features the letters 'EPE' in a bold, white, sans-serif font. Below the letters is a white graphic element resembling a stylized arrow or a wing pointing to the right.

EPE

Energía de Santa Fe

Plan
Modular

2

1- Magnetismo	3
1.1- Imanes	4
1.2- Clasificación de los imanes	5
1.3- Aplicaciones de los imanes	6
1.4- Fuerzas de interacción entre imanes.....	6
1.5- Permeabilidad y reluctancia magnética	8
1.6- Campo magnético.....	8
2- Electromagnetismo	9
2.1- Campo magnético alrededor de un conductor.....	10
2.2- El solenoide	10
2.3- Regla del tirabuzón.....	12
2.4- Fuerza electromagnética	13
2.5- Inducción electromagnética	15
2.5.1- Movimiento del conductor a través de un campo magnético estático en el espacio y en el tiempo.....	16
2.5.2- Variación en el espacio del campo magnético quedando fijo el conductor.....	17
2.5.3- Variación en el tiempo del campo magnético quedando fijo el conductor.....	18
3- Corriente alterna	19
3.1- Corriente alterna y sus ventajas	20
3.2- Periodo y frecuencia de una onda senoidal.....	21
3.3- Sistema trifásico de corrientes.....	22
3.4- Impedancia	23
3.5- Análisis de impedancia	25
3.5.1- Circuito Resistivo (R).....	26
3.5.2- Circuito inductivo (L).....	26
3.5.3- Circuito capacitivo (C)	27
3.5.4- Circuito resistivo e inductivo (R-L).....	28
3.5.5- Circuito resistivo y capacitivo (R-C).....	29
3.6- Las tres corrientes	30
3.7- Potencia en corriente alterna.....	32
3.8.1- Potencia activa (P)	33
3.8.2- Potencia reactiva (Q).....	33
3.8.3- Potencia aparente (S).....	34

3.8- Triángulo de potencias	34
3.9- Factor de potencia	35
3.9.1- Valores.....	36
3.9.2- Entendiendo el factor de potencia	37
3.10- Compensación del factor de potencia	39
3.10.1- ¿Por qué se debe corregir?	39
3.10.2- ¿Cómo se corrige?	41
- Cargas inductivas	41
- Cargas capacitivas	43
4- Anexos	45
4.1- Trigonometría	46
4.2- Vectores	47
4.2.1- Forma rectangular	48
4.2.2- Forma polar	48
4.2.3- Ejercicios	49
4.2.4- Uso de calculadora científica.....	50
4.2.5- Pasaje de forma rectangular a polar	51
4.2.6- Pasaje de forma polar a rectangular	52
4.2.7- Suma y resta de vectores.....	53
4.2.8- Suma y resta de vectores en forma gráfica.....	53
4.2.9- Multiplicación y división de vectores.....	54
4.2.10- Ejercicios de operaciones con vectores	55

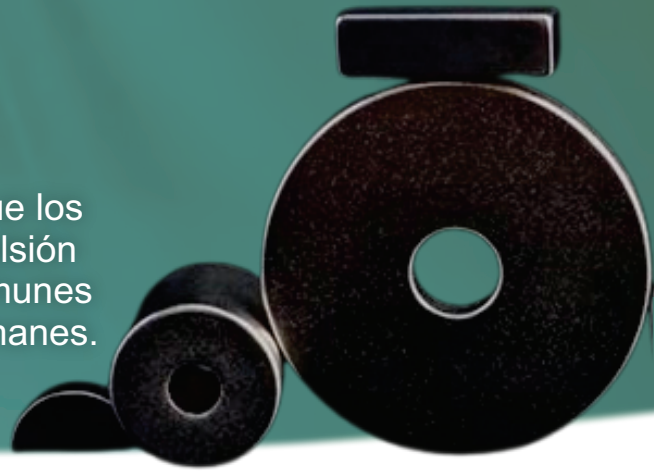


Magnetismo

- Imanes.
- Clasificación de los imanes.
- Aplicaciones de los imanes.
- Fuerzas de interacción entre los imanes.
- Permeabilidad y reluctancia magnética.
- Campo magnético.

1 Magnetismo

El magnetismo es un fenómeno físico por el que los materiales ejercen fuerzas de atracción o repulsión sobre otros materiales. Los elementos más comunes con que relacionamos al magnetismo son los imanes.

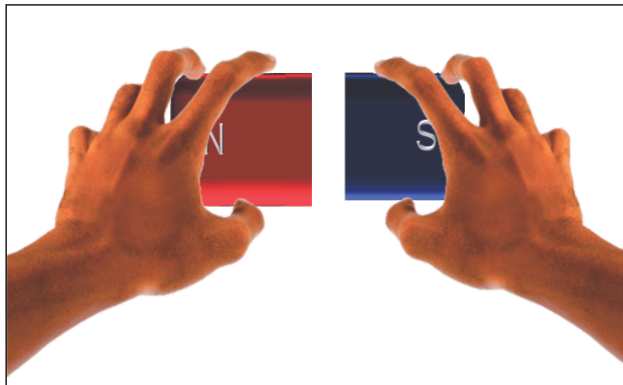


Existe en la naturaleza un mineral llamado magnetita o piedra imán que tiene la propiedad de atraer al hierro, al cobalto, al níquel y a ciertas aleaciones de estos metales. Esta propiedad recibe el nombre de magnetismo.

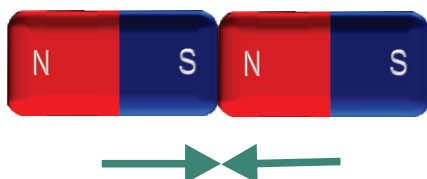
La magnetita (material natural conformado por óxido ferroso-diférrico) fue descubierta en el siglo VI A.C. al norte de Grecia, más precisamente en Magnesia, de ahí el nombre de "magnetismo".

1-2 Imanes

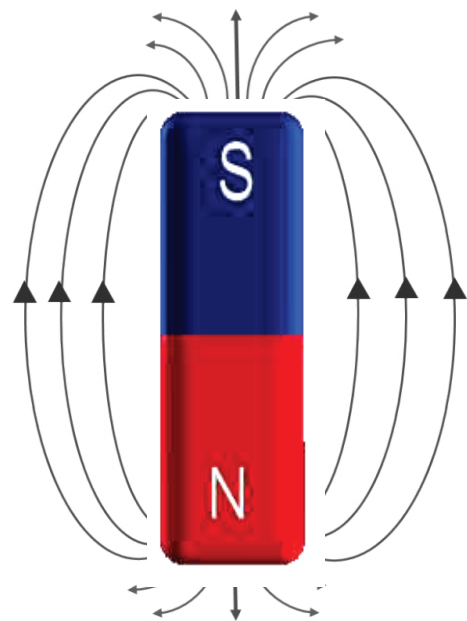
Un imán es un material capaz de producir un campo magnético exterior y así atraer algunos metales. Se caracterizan por tener SIEMPRE dos polos opuestos identificados con los nombres NORTE y SUR. Los campos magnéticos, salen siempre del polo Norte y entran siempre al polo Sur.



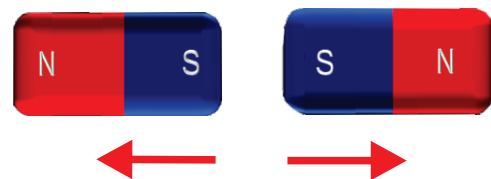
Si partimos un imán en 2, siempre obtendremos 2 imanes, cada uno con su polo norte y sur.



Los polos opuestos se atraen



Las fuerzas que producen los polos magnéticos (y que forman al campo magnético) son invisibles. Es por esto que se trazan líneas imaginarias que explican la actividad magnética de cada polo, a estas líneas se las denomina **LÍNEAS DE FUERZA**.



Los polos iguales se repelen

Los imanes que encontramos en la naturaleza se denominan imanes naturales. Estos siempre son permanentes.

Clasificación de los imanes

Podemos clasificar a los imanes en:

Naturales Permanentes

Artificiales Permanentes y/o temporales

Los imanes que encontramos en la naturaleza (Magnetita) se denominan **IMANES NATURALES**. Estos siempre son permanentes.

Por otra parte, existen imanes que son creados por el hombre. Se los denomina **IMANES ARTIFICIALES** y pueden sub clasificarse en dos grupos:

IMANES PERMANENTES. Son imanes que manifiestan sus propiedades permanentemente, son ejemplos de este tipo los imanes de Neodimio, Alnico (Aluminio - Niquel - Cobre) y Samario Cobalto.

IMANES TEMPORALES. Manifiestan sus propiedades durante un tiempo determinado. Un claro ejemplo de esto es el electroimán, el cual solo genera un campo magnético cuando por él circula una corriente eléctrica, y al desaparecer esta también lo hace el campo.

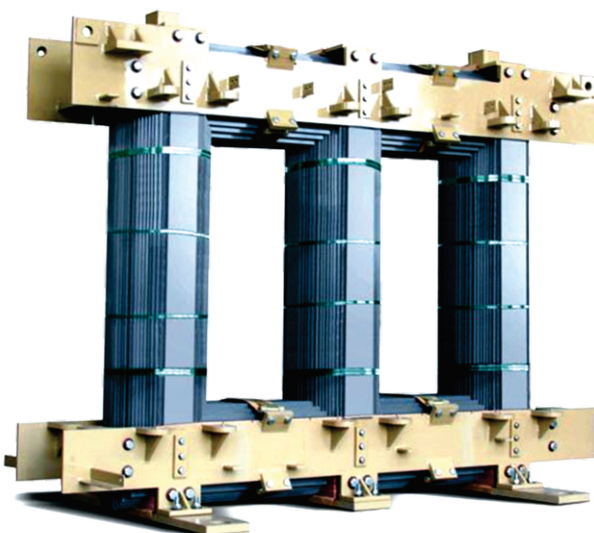
Características de los imanes

La **PERMEABILIDAD** es la “facilidad” con la que las líneas de fuerza del campo magnético atraviesan el material. Es sabido que el hierro tiene una permeabilidad mucho mayor que el aire.

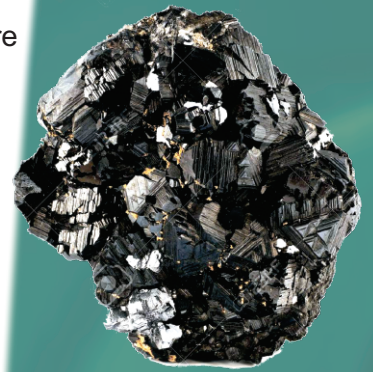
Podemos plantear una analogía entre un material permeable y un conductor eléctrico. Uno “conduce ” campo magnético y el otro corriente eléctrica.

La **RELUCTANCIA** es lo opuesto a la permeabilidad, es decir, la “resistencia” que pone el material a ser atravesado por las líneas de fuerza. En la práctica se utilizan materiales de alta permeabilidad como núcleos de electroimanes o como “caminos” para guiar los campos magnéticos (este último es el caso en los transformadores).

El material permeable más utilizado es el hierro.



Núcleo de un transformador trifásico.

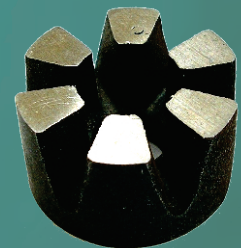


Magnetita

Existen también imanes artificiales



Imán perteneciente a un disco rígido de una PC.



Imán de un parlante.



Imanes en la bobina de una guitarra eléctrica.



Hans Christian Oersted

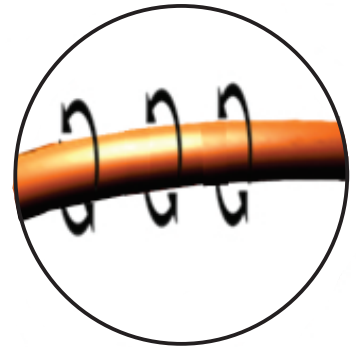
En 1820 el físico danés descubrió la relación entre el magnetismo y la corriente eléctrica que fluye por un conductor.

1-2 Electromagnetismo

Campo magnético alrededor de un conductor

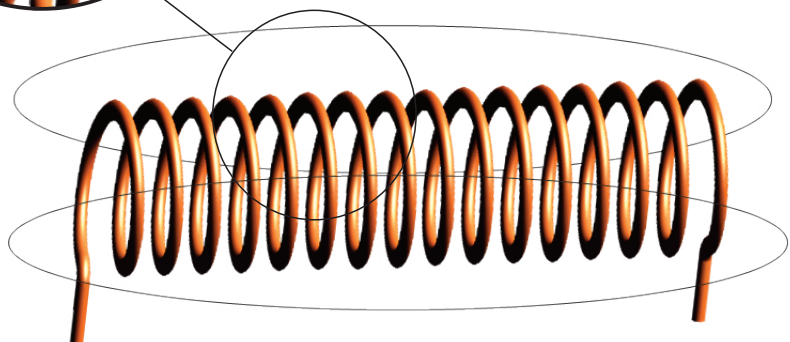
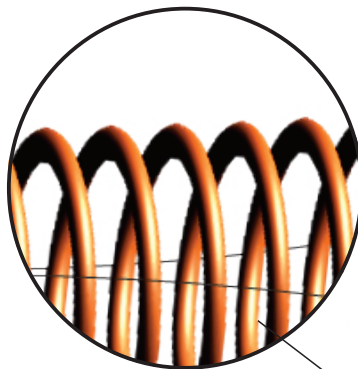
Alrededor de todo conductor por el cual circule una corriente eléctrica se generará un campo electromagnético de forma circular y giratorio que es concéntrico con el conductor (como muestra la figura).

El sentido de giro de este campo guarda relación con el sentido de circulación de la corriente. Generalmente es muy débil y no encuentra muchas aplicaciones técnicas (a excepción de la pinza amperométrica), por lo cual, y para sacar provecho a este fenómeno, se arrolla el conductor formando un solenoide o bobina.



Solenoide

El solenoide (o la bobina) no es más que un conductor recto arrollado una cierta cantidad de vueltas. De esta manera el efecto del campo magnético total es el del conductor rectilíneo por la cantidad de vueltas que tenga la bobina.

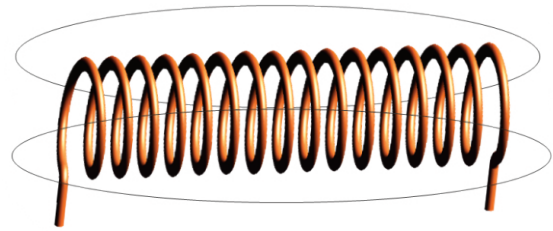
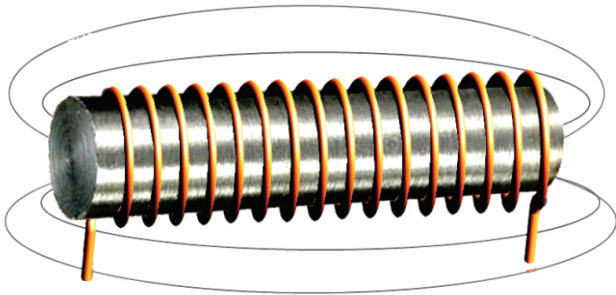


Con esto se consigue un campo magnético mucho más intenso que si el conductor fuese recto. Estos imanes solo manifiestan propiedades magnéticas cuando por ellos circula una corriente.

En el momento en que se quita la corriente desaparecen las propiedades magnéticas.

Hasta acá hemos formado un solenoide en cuyo interior había aire.

Éste material tiene una alta reluctancia y por lo tanto no se le hace muy fácil a las líneas de fuerza atravesarlo.



Como solución a este inconveniente se optó por introducir dentro de la bobina un núcleo de algún material más permeable, como puede ser el hierro.

Dado que el hierro tiene una permeabilidad altísima (mucho más que el aire), las líneas de fuerza encuentran en él un mejor camino.

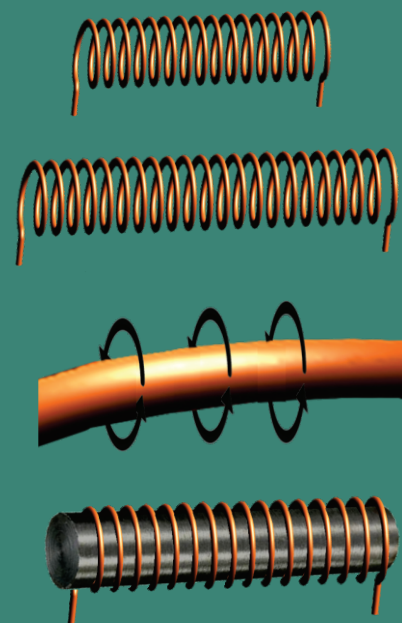
Podemos obtener dos conclusiones:

- Se puede obtener el mismo campo magnético que con un núcleo de aire pero ahora con mucho menos energía. Ya que al ser la reluctancia mucho menor, las líneas de fuerza atraviesan el material con facilidad, por lo cual la energía puesta en juego es menor.
- Para la misma cantidad de energía puesta en juego, obtendremos ahora un campo magnético más intenso.

De esta manera obtuvimos un electroimán (según se ve en la figura anterior) el cual se comportará como un imán permanente pero con la ventaja de poder encenderlo, apagarlo o variar la intensidad del campo variando la corriente eléctrica.

Para intensificar el campo magnético de un conductor podemos:

- Arrollar el conductor en espiras formando una bobina. A mayor número de vueltas, más intenso será el campo.
- Aumentar la intensidad de corriente. Acordate que el electromagnetismo depende de la corriente, por lo cual si aumento la corriente (entre ciertos valores) aumentará el campo.
- Colocar un núcleo de hierro dentro del solenoide. Acordate que el hierro tiene mayor permeabilidad que el aire.



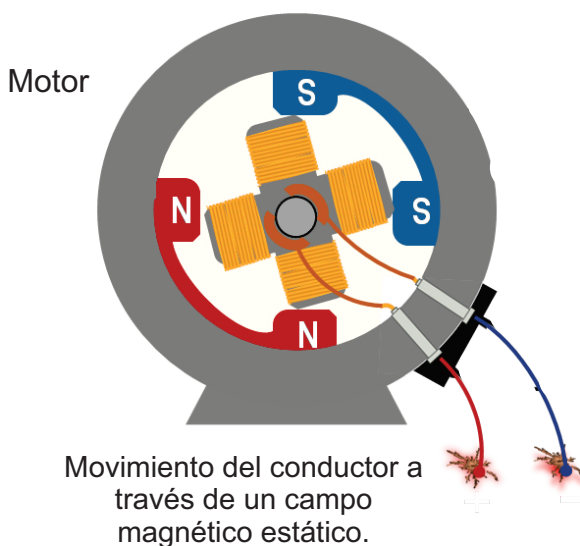
Hasta acá vimos la estrecha relación que hay entre la corriente eléctrica y el campo magnético que esta genera, pero ahora veremos qué pasa entre un campo magnético externo (por ejemplo el de un imán permanente), un conductor eléctrico, y la corriente que por este circula.

De la interacción de estos tres componentes podemos obtener :

- Fuerzas electromagnéticas
- Fuerza Electromotriz Inducida (FEM)
- Inducción electromagnéticas

Fuerzas electromagnéticas

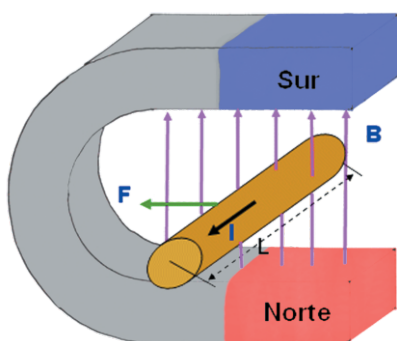
Cuando hablamos de fuerza electromagnética, estamos en presencia de un fenómeno físico que transforma energía eléctrica en cinética (movimiento). Si dentro de un campo magnético constante se coloca un conductor y por este se hace circular una corriente eléctrica, se obtendrá un desplazamiento de dicho conductor.



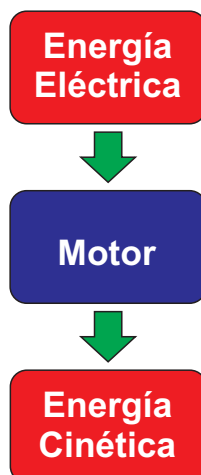
Este movimiento se debe a la interacción entre el campo magnético externo y el producido en el conductor debido a la circulación de la corriente.

La fuerza que mueve al elemento será directamente proporcional a la intensidad del campo magnético B , a la corriente eléctrica I que circula por el conductor, y a la longitud efectiva L del mismo (si el conductor mide 5 metros, pero solo 1 metro del mismo esta inmerso en el campo magnético, solo esta parte producirá una fuerza.

A este segmento se le llama longitud efectiva). Además tiene relación también con el ángulo con el que el conductor corta el campo magnético, valor que en nuestro caso será de 90° .

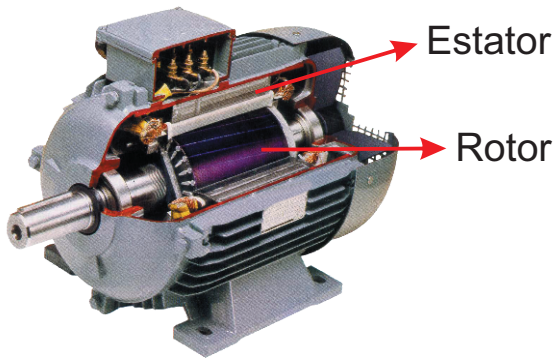


Fuerza electromagnética.



Antes de poder hablar sobre motores es importante tener en claro que esta conformado por dos partes, el estator y el rotor. En la imagen de la izquierda podemos observar un corte de la maquina donde pueden apreciarse sus componentes internos.

Se denomina rotor al conjunto de todas las partes de la máquina que se encuentran unidas al eje y por consiguiente rotan. Por su parte el estator está compuesto por las piezas que se sostienen de la carcasa quedando estáticas.

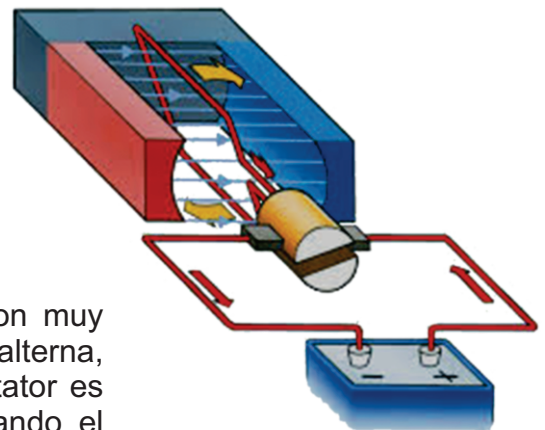


Su funcionamiento se basa en la interacción entre el campo magnético exterior (colocado en el estator de la máquina) y el producido por la corriente circulando por los bobinados, la cual genera una fuerza que mueve al rotor.

Dados un campo magnético y un sentido de corriente determinada, el sentido del movimiento tendrá también un sentido determinado. Ahora, si cambiamos solo uno de los parámetros (sea cual sea), se invierte el sentido del movimiento. Si posteriormente se cambia el otro parámetro, el movimiento vuelve a tener el sentido original.

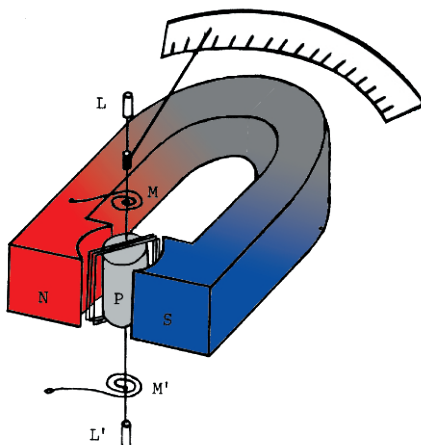
En el caso de los motores de corriente continua, la fuerza electromagnética deja de producir un efecto de rotación en el momento en que el bobinado del rotor se posiciona perpendicular al campo magnético. Para lograr que el motor siga girando, debe invertirse el sentido de circulación de la corriente. Esto se logra por medio del "colector" o "conmutador".

Los motores universales, que constructivamente son muy similares a los de C.C. pero se alimentan con corriente alterna, funcionan gracias a que el campo magnético del estator es generado por un electroimán. De esta manera, cuando el sentido de la corriente se invierte (si se trabaja con corriente alterna esto ocurre en forma cíclica), no solo cambia la dirección de la corriente en el bobinado del rotor, sino también el sentido del campo magnético generado por el estator, dado que ambos están alimentados por la misma fuente.



Motor de corriente continua

Principio de funcionamiento de los instrumentos de medición analógicos.



En el caso de los instrumentos de medición analógicos de bobina móvil e imán permanente, la fuerza electromagnética surge de la interacción de una bobina que se encuentra sujeta al eje sobre el que se encuentra la aguja del instrumento y un campo magnético producido por un imán permanente. De esta manera, al circular corriente por la bobina antes mencionada, se genera una fuerza que intentará girar el eje.

La posición final de la aguja será el resultado de un balance entre la fuerza generada por la circulación de corriente y la producida por un par de resortes que en la figura de la izquierda se identifican con los nombres de M y M'.

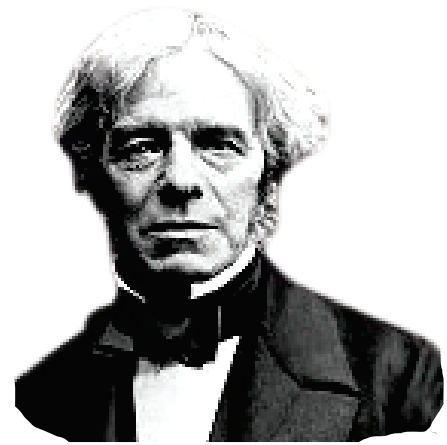
Inducción electromagnéticas

Los experimentos de Michael Faraday en Inglaterra en 1831 mostraron que es posible inducir una FEM (fuerza electromotriz inducida) en un circuito utilizando un campo magnético variable. Los resultados de estos experimentos sirvieron como base para enunciar una ley básica y muy importante del electromagnetismo que se conoce como la ley de la inducción de Faraday.

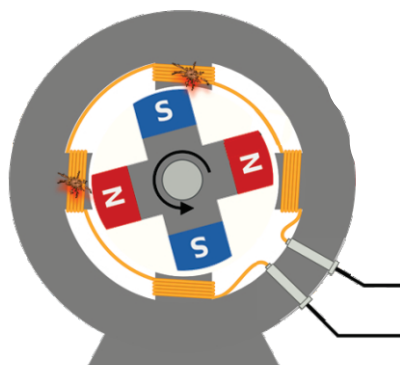
Si tenemos un campo magnético constante, y a través de él movemos un conductor, obtendremos en los extremos del mismo una fuerza electromotriz inducida (es decir una FEM) medida en Voltios.

Es importante comprender que el hecho de inducir una fem implica que, si se cierra el circuito conectando una carga, aparecerá en el mismo una corriente que toma el nombre de corriente inducida.

Esta FEM será directamente proporcional a la intensidad del campo magnético B , a la velocidad v con la que se mueva el conductor, y a la longitud efectiva L del mismo. Además tiene relación también con el ángulo que hay entre la dirección en la que se mueve el conductor y el campo magnético.



Michael Faraday

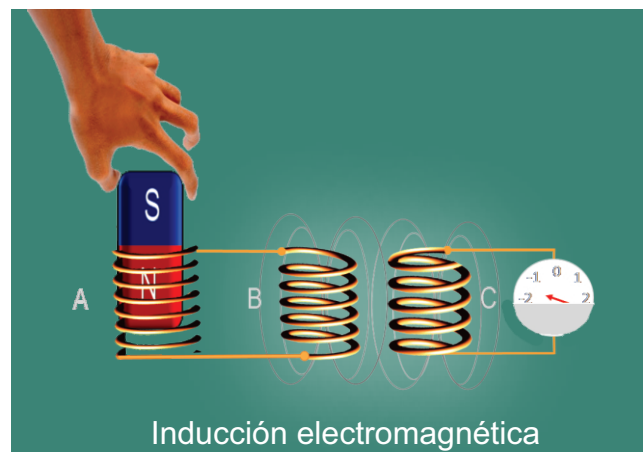


Movimiento del campo magnético a través de un conductor estático.

Para que se genere una FEM tiene que haber SIEMPRE un movimiento relativo entre el campo magnético y el conductor, sin importar cual queda fijo y cual se mueve.

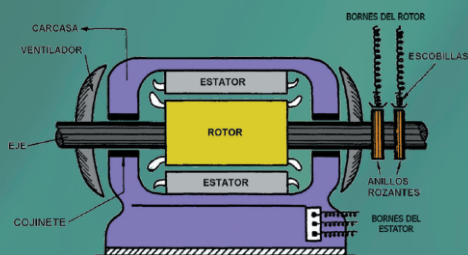
De esto podemos deducir que existen diferentes formas de generar una FEM, como ser:

- Movimiento del conductor a través de un campo magnético estático en el espacio y en el tiempo.
- Variación en el espacio del campo magnético quedando fijo el conductor.
- Variación en el tiempo del campo magnético quedando fijo el conductor.





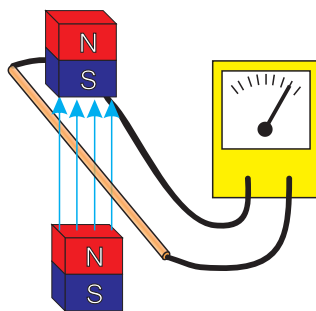
Los generadores son constructivamente muy similares a los motores. Es por esto que también en ellos puede hacerse referencia a un rotor y un estator. El primero estará entonces compuesto por todas las partes sujetas al eje de la máquina y por consiguiente se moverán y el segundo corresponde a las partes que quedan fijas y sujetas a la carcasa.



Esquema de un generador

2-5-1 Movimiento del conductor a través de un campo magnético estático en el espacio y en el tiempo:

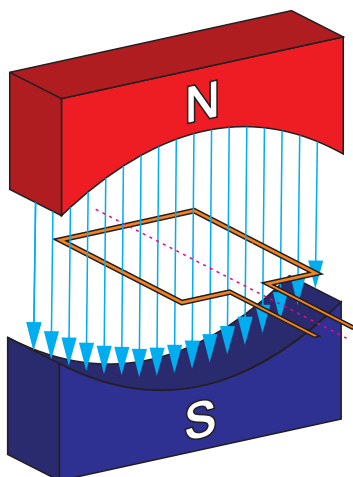
Es el caso, por ejemplo, de algunos generadores de imán permanente donde los imanes están fijos en el estator y los bobinados giran con el rotor. Generadores monofásicos de baja potencia trabajan bajo esta configuración.



Comencemos, para comprender el fenómeno, con un ejemplo muy sencillo. Suponga, que tal y como se observa en la figura, tenemos un conductor que se encuentra inmerso en un campo magnético. Si lo movemos lateralmente, cortará las líneas de campo magnético, generándose en él una tensión cuyo valor dependerá de la velocidad y su polaridad del sentido en el que se movió el conductor.

En un generador de C.A. (Corriente alterna), el principio de funcionamiento es este mismo, solo que lo que en el ejemplo anterior era un conductor, se transforma en el bobinado del rotor. La conexión entre este y el exterior se establece por medio de un par de anillos (anillos rozantes), que a diferencia del colector del que se hablo cuando tratamos el tema de motores de C.C., no produce en ningún momento de la rotación del eje una inversión en los conductores.

Como el rotor gira, el sentido de corte de las líneas de campo se ira alternando. La mitad de la rotación el corte será en una dirección y la otra mitad en la contraria. Este es el motivo de que la tensión generada sea alterna.

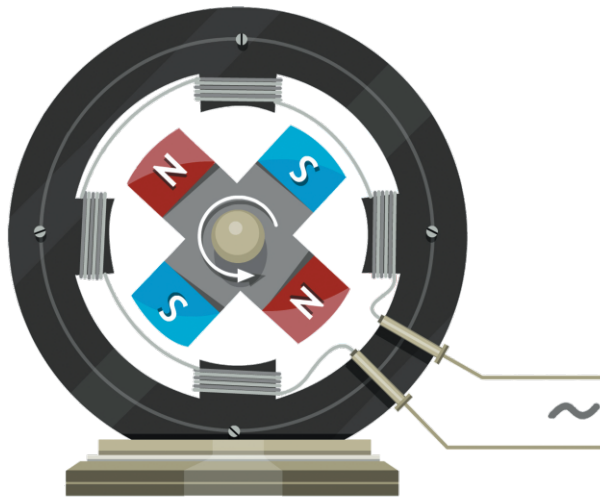


Recuerde que en este caso no se le inyecta corriente al bobinado, **solamente se lo hace rotar**. Como efecto de su movimiento es que se genera una corriente en él.

2-5-2 Variación en el espacio del campo magnético quedando fijo el conductor:

Este es el caso de los generadores trifásico de mayor potencia, en los que las bobinas quedan fijas en el estator y los campos magnéticos giran con el rotor.

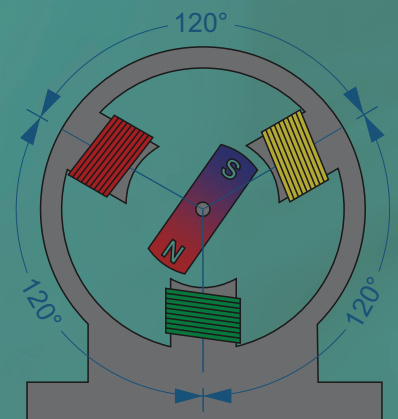
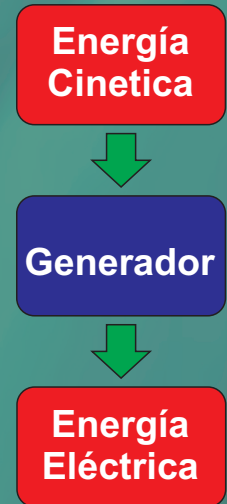
Se construyen de esta manera debido a que generar trifásica requiere de 3 bobinados (uno para cada fase) y de colocarse en el rotor la máquina debería poseer 4 anillos rozantes (3 fases y neutro). Eso sin tener en cuenta que toda la potencia eléctrica generada por el equipo debería ser transmitida por los carbones



Generador monofásico

Para la generación trifásica, lo que se hace es colocar en un mismo generador 3 bobinas distintas (en cada una de ellas se generará una de las fases). El desfase de 120° que existe entre las tensiones se logra separando físicamente las bobinas en el estator. De esta manera el campo magnético no cortará todas las bobinas al mismo tiempo, sino que lo hará en una secuencia y la “demora” o “desfase” que existirá será de 120° .

Para hacerlo más gráfico podríamos hacer referencia a la imagen del generador trifásico. En ella se observan 3 bobinas, una roja, una verde y una amarilla, separadas una de la otra un ángulo de 120° . Si suponemos que el eje del generador gira en sentido anti horario y tomamos como referencia al polo norte del imán, notaremos que este interactúa primero con el arrollamiento verde, luego con el amarillo y posteriormente con el rojo y que esta “secuencia” se repite en forma cíclica (verde - amarillo - rojo).



Generador trifásico

2-5-3 Variación en el tiempo del campo magnético quedando fijo el conductor:

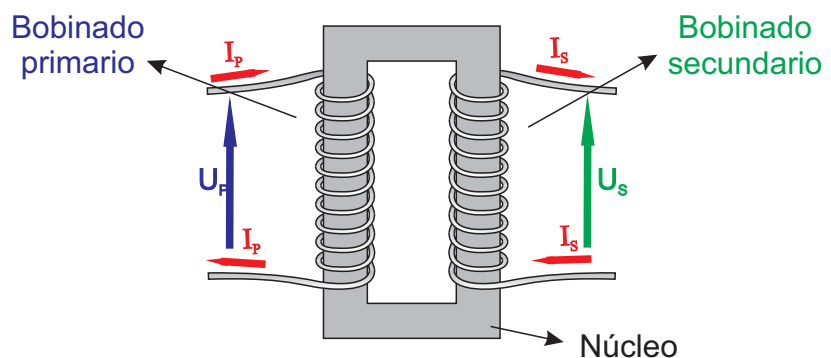
Este caso se produce en los transformadores, donde los bobinados se mantienen estáticos y lo que varía es la corriente que genera el campo magnético (corriente alterna). De esta manera, el campo varía en el tiempo (pero la variación no es generada por un movimiento mecánico) con respecto a los bobinados.

Un transformador, es una máquina capaz de aumentar o reducir los valores de tensión. Para analizar su funcionamiento debemos dividirlo en 2 partes: circuito primario y circuito secundario.

Se denomina circuito primario a las bobinas que se conectan a la fuente de energía, que como ya se ha mencionado debe ser de corriente alterna, y que se encargará de generar un campo magnético variable, por medio del fenómeno físico que hemos denominado “Electromagnetismo”.

Por su parte, el circuito secundario será el compuesto por las bobinas de las que se alimenta el circuito aguas hacia abajo.

Los circuitos primarios y secundarios de un transformador se encuentran eléctricamente aislados el uno del otro y a su vez del núcleo y toda parte metálica exterior del transformador. De manera que el único vínculo que existe entre ellos es el del campo magnético, que creará el circuito primario, será guiado por el núcleo y provocará un fenómeno de inducción en el circuito secundario.



Dada la importancia, en lo que refiere a rendimiento, de que todo el campo magnético que se genera en el circuito primario llegue al secundario, el núcleo debe ser de un material de altísima permeabilidad. En la práctica se utiliza acero al silicio de grano orientado.

Cuanto aumenta o reduce la tensión un transformador, depende de un parámetro constructivo, la relación que existe entre las vueltas de los bobinados primario y secundario. Es decir, que si tenemos un transformador que en el primario tiene el triple de vueltas que en el secundario, la tensión en los bornes de salida del mismo será un tercio del voltaje de entrada.

Energía Eléctrica



Transformador (Campo magnético)



Energía Eléctrica



Es importante comprender, principalmente por cuestiones de seguridad al momento de trabajar sobre la máquina, que todo transformador es reversible. Esto significa que puede funcionar como reductor o elevador y sólo dependerá de cual de sus bobinados se energice (se utilice como primario)

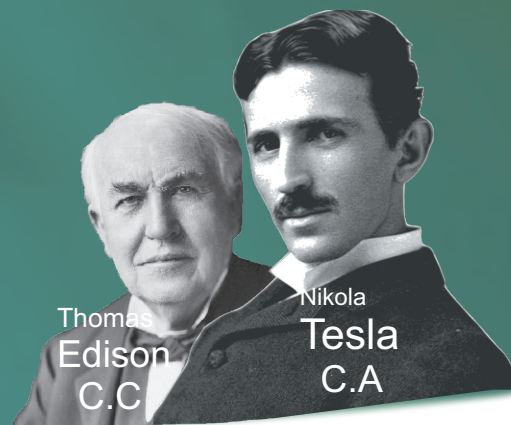


corriente alterna

- Corriente alterna y sus ventajas.
- Periodo y frecuencia de una onda senoidal.
- Sistema trifásico de corrientes.
- Impedancia.
- Análisis de impedancias.
- Las tres corrientes
- Potencia en corriente alterna
- Triángulo de potencia
- Factor de potencia
- Compensación del factor de potencia

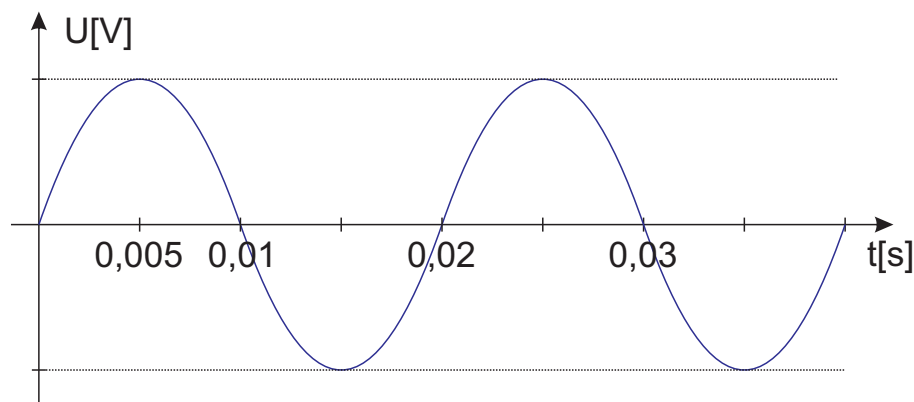
3-1 Corriente alterna y sus ventajas

En este capítulo vamos a abordar todos los aspectos referidos a la corriente más utilizada en la actualidad, la corriente alterna (C.A.). Corriente eléctrica en la que magnitud y sentido varían ciclicamente.



Veremos que, si bien las leyes básicas de la electricidad (OHM y Kirchhoff) se cumplen al igual que en los circuitos de corriente continua, existen diferencias a la hora de analizar los parámetros eléctricos. La forma de onda de la corriente alterna más comúnmente utilizada es la de una oscilación sinusoidal, puesto que se consigue una transmisión más eficiente de la energía.

El gráfico de la derecha representa el valor de la tensión en función del tiempo. El eje vertical (la altura) representa el valor del voltaje, mientras que el horizontal hace referencia al momento en que se registró ese valor.



Por ejemplo, podemos observar que, transcurridos 0,005 segundos a partir del momento en que se comenzó a observar el voltaje alcanza su valor máximo y comenzó luego a decrecer hasta llegar a cero a los 0,01 segundos.

Esta forma surge del propio generador de energía que hemos estudiado en el capítulo anterior. El movimiento circular de los bobinados dentro del rotor es el que provoca esta característica curva suavemente ondulada.

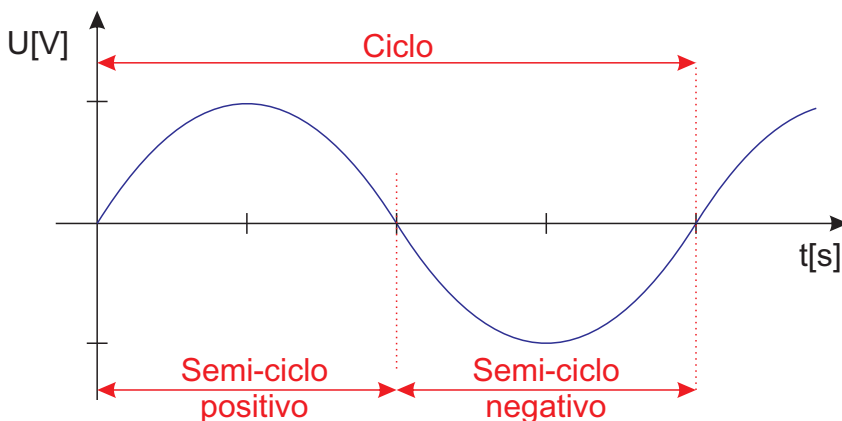
Su nombre por otra parte proviene de la función matemática “Seno”, también conocida como “Sinusoide” o “Senoidal”, que normalmente se utiliza en trigonometría.

A pesar de que la primera en ser descubierta fue la corriente continua (C.C.), utilizamos alterna dado que presenta ventajas decisivas de cara a la producción y transporte de la energía eléctrica, principalmente:

- Generadores y motores más baratos, eficientes y menos complejos.
- Posibilidad de transformar su tensión de manera simple y barata mediante transformadores.
- Posibilidad de transporte de grandes cantidades de energía a largas distancias con un mínimo de sección de conductores (Alta tensión).

Una de las principales características de la forma de onda senoidal es la de ser repetitiva y cíclica. En otras palabras, existe una forma, un dibujo, que cada vez que se termina, vuelve a ocurrir. A la porción de onda que se repite, se lo denomina “ciclo”.

A su vez, en el caso de las senoidales, y dado que cada ciclo presenta simetría, se los puede subdividir en semi-ciclos.



El conjunto de un semiciclo positivo y uno negativo conforma un ciclo.



No debemos confundir los conceptos de ciclo y periodo. El primero hace referencia a la forma en si de la curva, mientras que el segundo al tiempo necesario para completar dicha forma.

Otra característica importante es la amplitud. Se denomina de esta manera al valor máximo de la onda. Dada la simetría que existe entre los semiciclos, el valor mínimo será numéricamente igual (aunque de signo contrario)

3-2 Periodo y frecuencia de una onda senoidal

Se denomina **periodo** al tiempo que demora en completarse un ciclo completo.

En Argentina, el periodo de la tensión de línea es de 0,02 segundos (20 milisegundos). Se representa con la letra **T**.

La **frecuencia** por otra parte, se refiere a la cantidad de veces que se repite un ciclo en un segundo. Se representa con la letra **f** su unidad es el Hertz [Hz]. En nuestro país se utiliza una frecuencia de 50 [Hz].

Como podemos ver, periodo y frecuencia son dos conceptos muy ligados el uno al otro. De hecho, si partimos de la definición de frecuencia, podemos calcularla dividiendo un segundo por la duración de cada periodo.

Calculo de periodo y frecuencia:

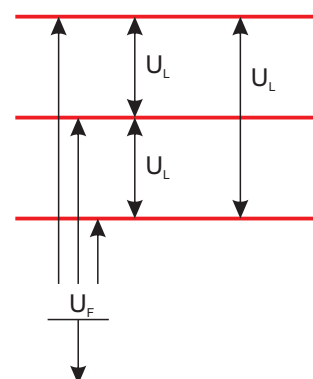
$$f = \frac{1}{T}$$

$$T = \frac{1}{f}$$

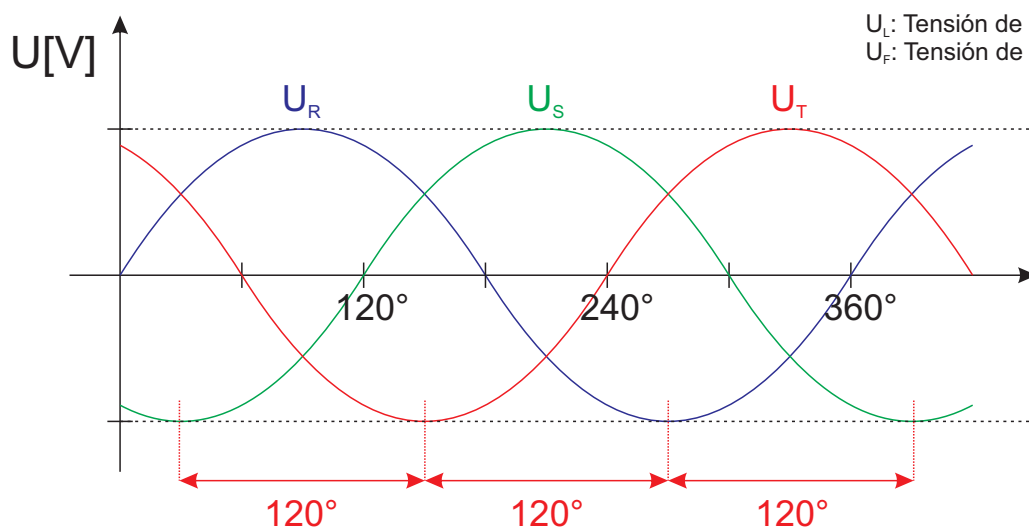
3-3 Sistema trifásico de corrientes

La corriente alterna trifásica se define como un conjunto de tres corrientes monofásicas idénticas en amplitud y frecuencia pero desfasadas entre sí un ángulo de 120° . Cada una de estas corrientes se transporta por un conductor independiente.

Para identificar a cada una de las fases se las suele nombrar con letras o números como ser A, B, C o 1, 2, 3, pero lo más común es denominarlas con las letras R, S, y T, mientras que la letra N se reserva para el neutro de la red.



U_L : Tensión de línea
 U_F : Tensión de fase



$$\frac{U_L}{U_F} = \sqrt{3} \quad \frac{U_L}{\sqrt{3}} = U_F \quad U_L = \sqrt{3} \times U_F$$

Los sistemas trifásicos pueden ser constructivamente de 4 conductores (3 fases y un neutro) o de 3 conductores (sólo las 3 fases). El primer caso es utilizado casi exclusivamente en sistemas de distribución en Baja Tensión (BT), y se presentan dos valores de tensión diferentes dependiendo entre qué puntos se tome el suministro.

La tensión entre cualesquiera de las 3 fases (siempre midiendo de a 2 por vez) se llama tensión compuesta o tensión de línea (U_L). Por otra parte la tensión medida entre una de las fases (cualquiera sea) y el neutro arroja como resultado un valor menor de tensión al cual se lo llama tensión simple o tensión de fase (U_F).

	U_L	U_F
BT	380 [V]	220 [V]
MT	13,2 [KV]	7,6[KV]
MT	33 [KV]	19 [KV]
AT	132 [KV]	76[KV]
AT	220 [KV]	127 [KV]

Las líneas de 3 conductores se utilizan para distribución y transmisión en media y alta tensión (MT y AT). En ella sólo se encuentran las 3 fases pero NO el neutro. En este sistema también encontramos la tensión de línea (U_L) pero al no existir neutro ¿Se puede encontrar una tensión de fase? La respuesta es SÍ, ya que en este caso la tierra cumple la función de neutro y por ende la tensión de fase se mide entre cualquiera de las fases y tierra (o cualquier elemento apoyado en ella como ser postes, escalera, grúa, etc).

3-4 Sistema trifásico de corrientes

Se define **impedancia** como la oposición al paso de corriente en circuitos de CA.

Resistencias



Hasta aquí, cuando hablábamos de colocarle cargas al circuito eléctrico nos referíamos a la inserción de resistencias en serie o paralelo. Claro, hablábamos solo de resistencias porque estas son las únicas cargas presentes en los circuitos de corriente continua.

A la hora de trabajar con corriente alterna ya no vamos a hablar únicamente de resistencias, además de ellas, existirá la posibilidad de conectar **reactancias inductivas** y **reactancias capacitivas**. Surge entonces, un nombre más general, que engloba a los 3 elementos que pueden, en corriente alterna, conectarse como cargas, **IMPEDANCIA**.

Cuando hablamos de **IMPEDANCIA** (Z), nos estaremos refiriendo entonces, al conjunto formado por **resistencias**, **reactancias inductivas** y **reactancias capacitivas**.

- **Resistencia (R):** Son todos los elementos que transforman la energía eléctrica en alguna otra forma, de manera irreversible. Su unidad es el ohm [Ω]. Son ejemplos de resistencias los focos, las estufas, planchas, etc.
- **Reactancias Inductivas (X_L):** Se caracterizan por transformar energía eléctrica en campo magnético. Esta transformación es reversible, es decir, que cuando se desarma el campo magnético, se recupera la energía eléctrica. Su unidad es el ohm [Ω]. Podemos encontrar reactancias inductivas en las bobinas, transformadores, motores, etc.
- **Reactancias Capacitivas (X_C):** Se caracterizan por transformar energía eléctrica en campo eléctrico. Esta transformación es reversible y por lo tanto, cuando se desarma el campo eléctrico, se recupera la energía eléctrica. Su unidad es el ohm [Ω]. Encontramos reactancias capacitivas en los capacitores.

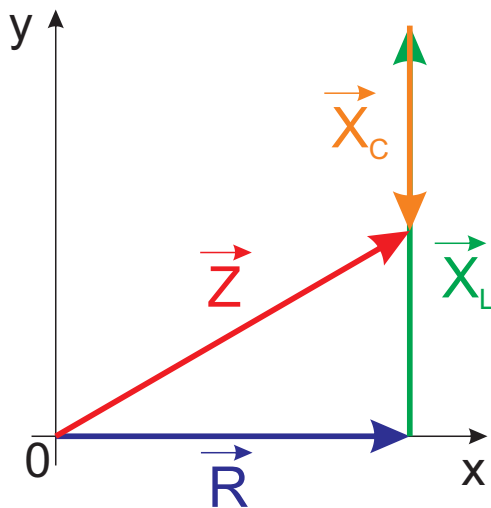
Una impedancia puede estar formada por los tres tipos de carga, por dos de ellos, o sólo por uno.

Matemáticamente se trabaja de la misma forma que los vectores ya que se considera una magnitud vectorial y no escalar. Su expresión es:

$$\vec{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

Note que los elementos que componen la impedancia, los que se denominan **REACTANCIAS** (inductiva y capacitiva) realizan transformaciones reversibles. De hecho este es el motivo de que compartan este nombre.

Como podemos observar, la expresión anterior corresponde a un vector expresado en forma rectangular, donde el valor de las resistencias (R) será la componente horizontal y la resta entre el valor de la reactancia inductiva (X_L) y la reactancia capacitiva (X_C) la componente vertical. Gráficamente podemos verlo de la siguiente manera:

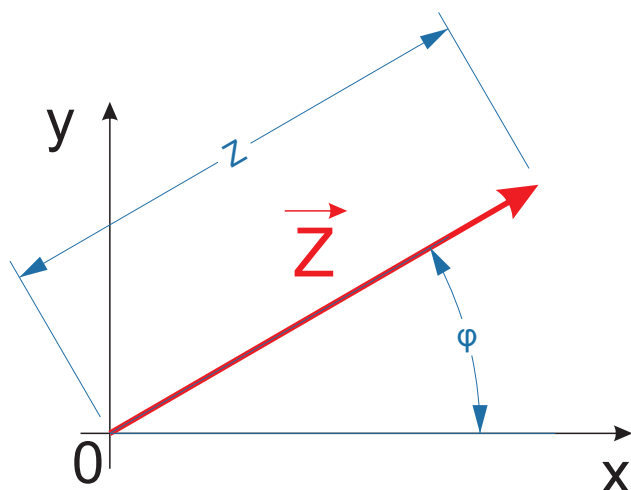


Reactancias Inductivas

Dado que la expresamos vectorialmente, existe la posibilidad de, en vez de analizarla en forma rectangular, expresarla en forma polar. En este caso, al módulo se lo denominara con la letra Z , mientras que al ángulo se le asignara la letra ϕ (fi) y es un parámetro muy utilizado en circuitos de corriente alterna al cual haremos referencia en temas posteriores.



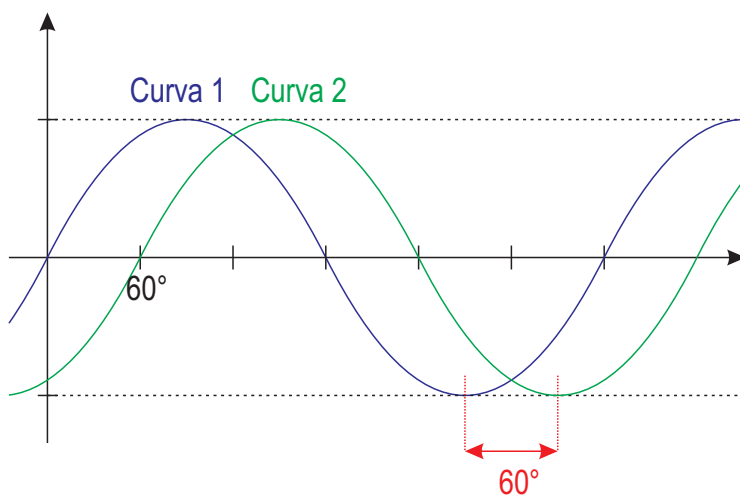
Reactancias Capacitivas



3-5 Análisis de impedancia

Veremos que, al trabajar con corriente alterna, conectar distintos tipos de impedancias generará distintos resultados. Descubriremos que, del tipo de carga conectada, dependerá el desfase que exista entre tensión y corriente. Para ser más concretos, nos estamos refiriendo a que aparecerá entre estas magnitudes una diferencia de tiempo, del momento en que ocurren.

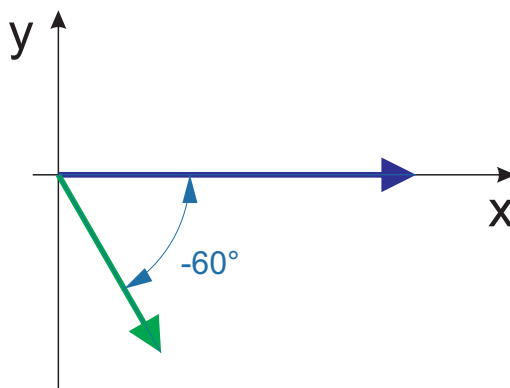
Si por ejemplo quisiéramos observar en un gráfico temporal un desfase de 60° entre 2 senoidales, veríamos algo así:



Al referirnos a los desfases entre tensión y corriente, siempre hablaremos de que la corriente adelanta o atrasa con respecto a la tensión, es decir, tomaremos a esta última como referencia. Hacerlo de esta manera es lo más tradicional, sin embargo, también sería correcto tomar como referencia a la corriente y decir que quien se atrasa o adelanta es la tensión.

Donde observaremos que la **Curva 2** se “corrió” hacia la derecha 60° con respecto a la **Curva 1**.

Como ya hemos visto, existe una manera alternativa a la forma senoidal para estudiar este fenómeno, los fasores. Si quisiéramos visualizar el mismo desfase con este método, veríamos lo siguiente:



En circuitos de corriente alterna, donde no solamente existen resistencia, sino impedancias, la Ley de Ohm queda dada por:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}}$$

Donde el **Fasor 2** se desplazó un ángulo negativo de 60° con respecto al **Fasor 1**.

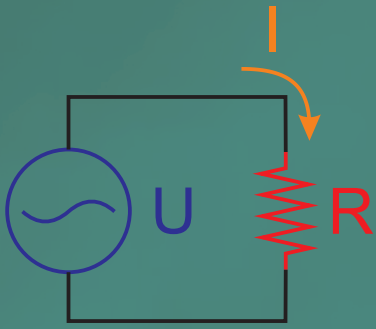
3-5-1 Circuito resistivo (R)

Si a una carga puramente resistiva se le aplica una tensión alterna senoidal, a través de ella circulará una corriente eléctrica también senoidal y cuyo valor se puede calcular aplicando la ley de Ohm.

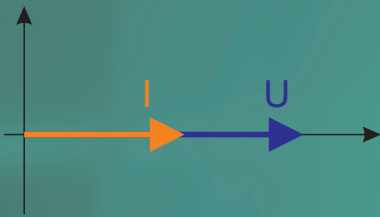
En este tipo de circuitos la corriente y la tensión no sólo tienen la misma forma sino que además van en fase, es decir que las ondas viajan superpuestas y que cuando una pasa por cero la otra también. Lo mismo ocurre para los máximos y demás puntos homólogos.

Si ahora analizamos la misma situación pero desde el punto de vista fasorial tendremos a los fasores de tensión y corriente girando en fase, es decir uno sobre el otro tal como se ve en la figura.

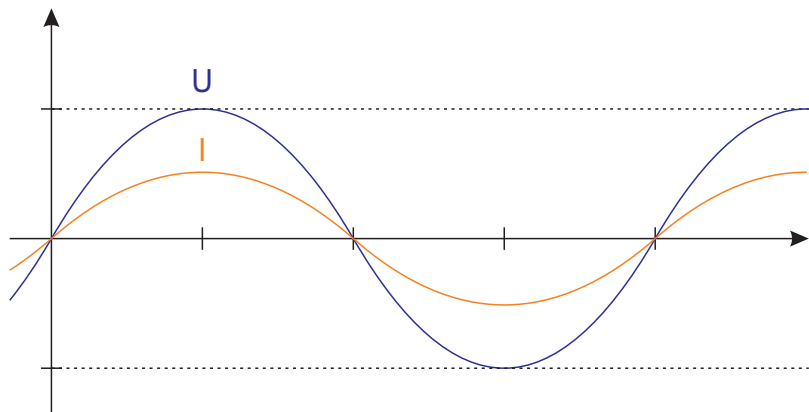
Cuando las dos ondas (y obviamente los dos fasores) están en fase, el ángulo ϕ es cero.



Circuito resistivo puro



Fasores de tensión y corriente

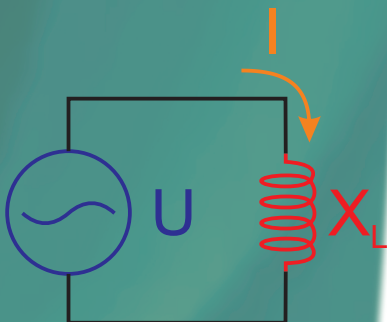


Ondas de tensión y corriente

3-5-2 Circuito inductivo (L)

Entendemos por carga inductiva pura a aquella impedancia formada sólo por la reactancia inductiva, sin la presencia de su par capacitiva ni resistencia. Si a una carga de este tipo se le aplica una tensión alterna senoidal, a través de ella circulará una corriente eléctrica también senoidal y cuyo valor se puede calcular aplicando la ley de Ohm.

En este tipo de circuitos la corriente y la tensión tienen la misma forma pero ya NO van en fase, pues aparece un desfase entre la onda de tensión y la de corriente, es decir que el ángulo ϕ ya no es cero.

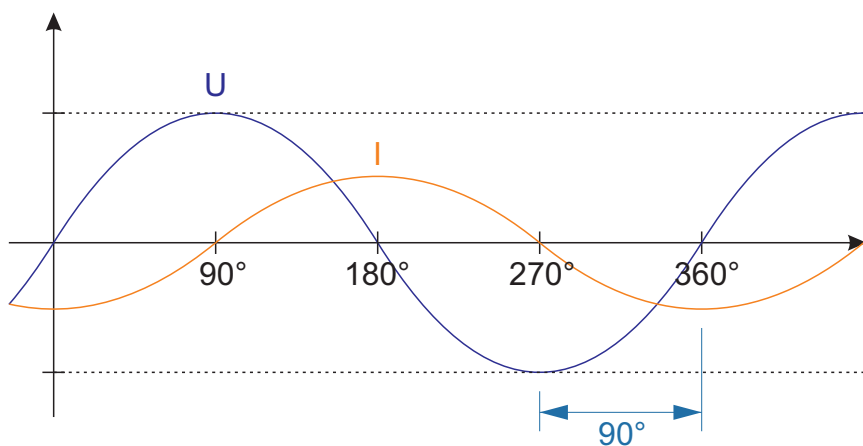


Circuito inductivo puro

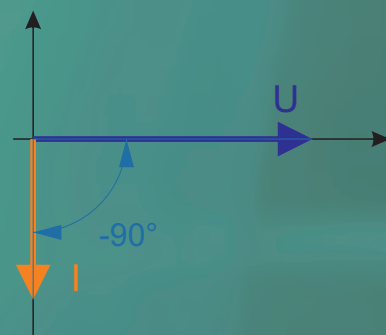
Este ángulo indica que existe un desplazamiento relativo entre las ondas. En un circuito L se dice que la corriente "atrás" con respecto a la tensión ya que, como observadores, si nos ubicamos en cualquier punto del eje X vamos a ver pasar primero a la onda de tensión y luego, más atrasada, a la de corriente.

Si consideramos a la carga como una inductancia pura, el ángulo ϕ valdrá -90° , siendo este el máximo desfase inductivo.

Analizando la misma situación pero desde el enfoque fasorial, veremos que ambos fasores giran a la misma velocidad pero manteniendo un ángulo recto entre ellos. En la figura se puede observar que, girando en sentido anti horario, el fasor de tensión avanza antes que el de corriente, es decir que este último va "atrás".



Ondas de tensión y corriente



Fasores de tensión y corriente

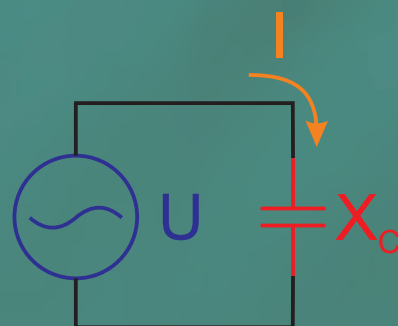
3-5-3 Circuito capacitivo (C)

Si a una carga capacitiva pura se le aplica una tensión alterna senoidal, a través de ella circulará una corriente eléctrica también senoidal y cuyo valor se puede calcular aplicando la ley de Ohm.

En este tipo de circuitos la corriente y la tensión tienen la misma forma pero, al igual que para la reactancia inductiva, ya NO van en fase, pues aparece un desfase entre la onda de tensión y la de corriente.

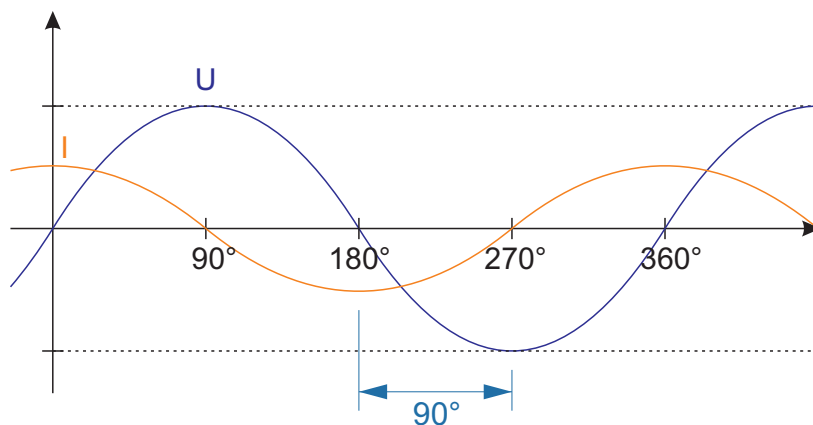
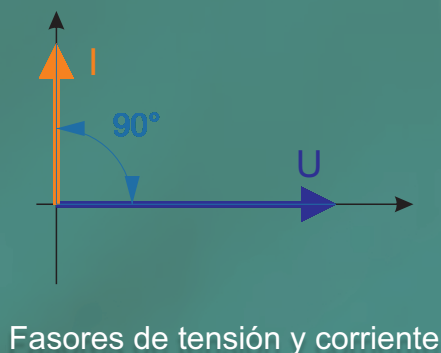
A diferencia del anterior, en un circuito C se dice que la corriente "adelanta" con respecto a la tensión ya que, como observadores, si nos ubicamos en cualquier punto del eje X vamos a ver pasar primero a la onda de corriente y luego, más atrasada, a la de tensión.

Si consideramos a la carga como un capacitor puro, el ángulo ϕ valdrá 90° , siendo este el máximo desfase capacitivo.



Circuito capacitivo puro

Analizando la misma situación pero desde el enfoque fasorial, veremos que ambos fasores giran a la misma velocidad pero manteniendo un ángulo recto entre ellos. En la figura se puede observar que, girando en sentido anti horario, el fasor de corriente avanza antes que el de tensión, es decir que el primero va "adelantado" al segundo.



3-5-4 Circuito resistivo e inductivo (R-L)

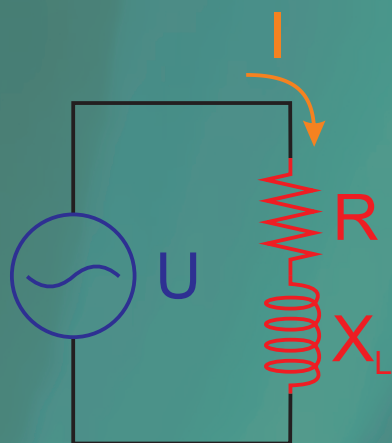
Si a una carga conformada por resistencias y bobinas se le aplica una tensión alterna senoidal, a través de ella circulará una corriente eléctrica también senoidal y cuyo valor se puede calcular aplicando la ley de Ohm.

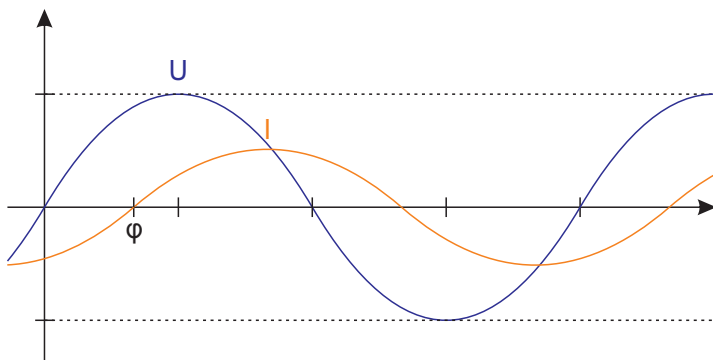
La forma de la tensión y la corriente será igual, mientras que el desfase que existe entre ellas, es fruto de la combinación de los resultados observados en el circuito resistivo puro y en el inductivo puro.

La corriente siempre estará atrasada con respecto a la tensión, pero el valor de este atraso (ϕ) ya no será 90° como en el caso de una carga puramente inductiva, sino que estará comprendido entre 0° y 90° , dependiendo del valor de la reactancia y la resistencia.

Si la reactancia inductiva es mucho mayor, entonces el desfase será muy cercano a los 90° (sin llegar a serlo), si ambos componentes tienen valores similares, entonces el desfase rondará los 45° y si en cambio la resistencia es mucho mayor a la bobina el ángulo será cercano a 0° (sin llegar a serlo).

Analizando la misma situación pero desde el enfoque fasorial, veremos que ambos fasores giran a la misma velocidad pero manteniendo un ángulo ϕ entre ellos. En la figura se puede observar que, girando en sentido anti horario, el fasor de tensión avanza antes que el de corriente, es decir que este último va "atrasado".





Ondas de tensión y corriente

3-5-5 Circuito resistivo y capacitivo (R-C)

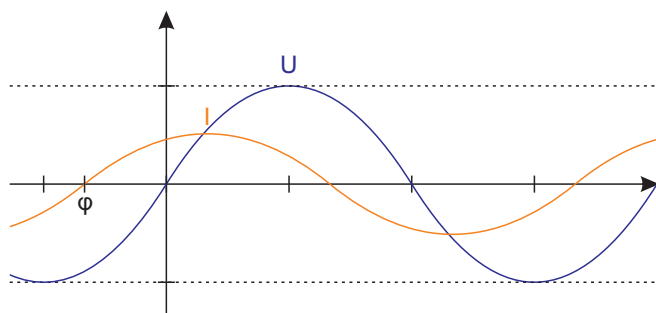
Si a una carga conformada por resistencias y capacitores se le aplica una tensión alterna senoidal, a través de ella circulará una corriente eléctrica también senoidal y cuyo valor se puede calcular aplicando la ley de Ohm.

La forma de la tensión y la corriente será igual, mientras que el desfase que existe entre ellas, es fruto de la combinación de los resultados observados en el circuito resistivo puro y en el capacitivo puro.

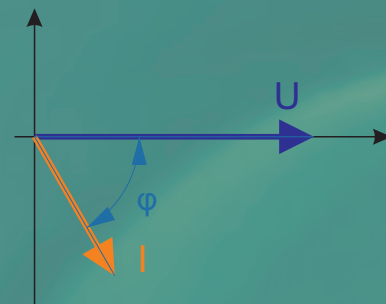
La corriente siempre estará adelantada con respecto a la tensión, pero el valor de este adelanto (ϕ) ya no será 90° como en el caso de una carga puramente inductiva, sino que estará comprendido entre 0° y 90° , dependiendo del valor de la reactancia y la resistencia.

Si la reactancia capacitiva es mucho mayor, entonces el desfase será muy cercano a los 90° (sin llegar a serlo), si ambos componentes tienen valores similares, entonces el desfase rondará los 45° y si en cambio la resistencia es mucho mayor a la bobina el ángulo será cercano a 0° (sin llegar a serlo).

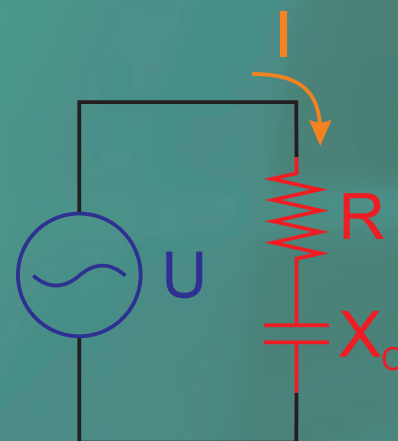
Analizando la misma situación pero desde el enfoque fasorial, veremos que ambos fasores giran a la misma velocidad pero manteniendo un ángulo ϕ entre ellos. En la figura se puede observar que, girando en sentido anti horario, el fador de corriente avanza antes que el de tensión, es decir que el primero va "adelantado" al segundo.



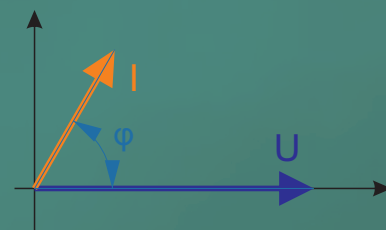
Ondas de tensión y corriente



Fasores de tensión y corriente



Circuito Resistivo-Capacitivo



Fasores de tensión y corriente

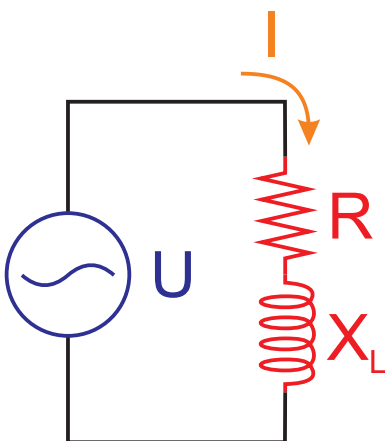


En resumen podemos decir que la corriente:

- Atrasa 90° con respecto a la tensión si la carga es inductiva pura.
- Atrasa un ángulo comprendido entre 90° y 0° si la carga es R-L.
- Queda en fase si la carga es resistiva pura.
- Adelanta un ángulo comprendido entre 0° y 90° si la carga es R-C.
- Adelanta 90° con respecto a la tensión si la carga es capacitiva pura.

3-6 Las 3 corrientes

Supongamos que conectamos el motor y lo encendemos, comenzará a circular por él una corriente. Si deseamos medirla, por ejemplo con una pinza amperométrica, obtendremos un valor de corriente, ese valor es el módulo de la corriente aparente, o sea, la corriente total que utiliza el motor. Sin embargo no toda esa corriente cumple la misma función, parte de ella es para generar el campo magnético que necesita el motor para funcionar y parte de ella es la que realiza la fuerza mecánica y por lo tanto (a pesar de que nuestro amperímetro no pueda mostrarlo), el motor consume en parte corriente reactiva y en parte corriente activa.



En los análisis anteriores al vector corriente lo analizamos en forma polar y vimos que en circuitos de alterna el valor de la corriente debe ir acompañado del ángulo de desfase que ésta genera con respecto a la tensión para poder brindar una completa descripción de la misma, pero ¿qué ocurre si la reescribimos en forma rectangular?, ¿su parte horizontal y vertical tienen algún significado físico?

Analicemos lo anterior con un ejemplo. Supongamos que se tiene un circuito como el de la derecha donde la tensión aplicada es $220[V]$, R vale $30[\Omega]$, X_L $8[\Omega]$ y deseamos conocer qué corriente circula por él.

La impedancia del sistema será:

$$\vec{Z} = R + j(X_L - X_C)$$

$$\vec{Z} = 30 + j(8 - 0)$$

$$\vec{Z} = 30 + j 8 = 31 \angle 14,9^\circ$$

Y si aplicamos la ley de Ohm:

$$\vec{I} = \frac{\vec{U}}{\vec{Z}} = \frac{220 \angle 0^\circ [V]}{31 \angle 14,9^\circ [\Omega]}$$

$$\vec{I} = 7,1 \angle -14,9^\circ [A]$$

La corriente calculada está expresada en forma polar. Su modulo (7,1) indica la cantidad total de corriente que circula por el circuito y se denomina **CORRIENTE APARENTE**. Si medimos con un amperímetro o pinza amperométrica en el circuito anterior, este sería el valor que obtendríamos. Por otra parte, el ángulo de esta corriente expresa el desfase que existe entre ella y la tensión.

Si expresamos la corriente calculada en forma rectangular obtenemos:

$$\vec{I} = 6,8 + j 1,8 [A]$$

¿Qué son estos valores? El primero de ellos (6,8 [A]) se denomina **CORRIENTE ACTIVA** y es la corriente utilizada por las resistencias del circuito. Solo ellas consumen este tipo de corriente y como ya hemos hablado, solo ellas realizan transformaciones irreversibles, por lo tanto, la corriente activa, representa la corriente utilizada para realizar trabajos por los equipos.

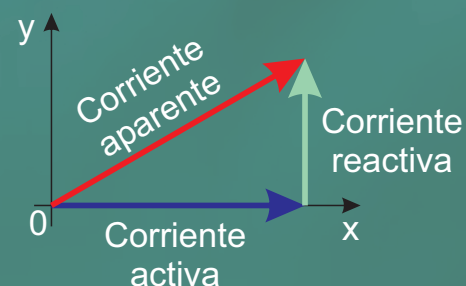
Por otra parte, el segundo término (1,8 [A]) toma el nombre de **CORRIENTE REACTIVA**. Esta corriente será la que utilizan las bobinas y capacitores para crear sus campos magnéticos y eléctricos respectivamente.

Corriente Aparente	$\neq$	Corriente Activa	$+$	Corriente Reactiva
-----------------------	--------	---------------------	-----	-----------------------

La corriente aparente es la corriente TOTAL, conformada por la corriente activa en su componente horizontal y por la reactiva en la vertical. Pero es importante notar que si quisiéramos calcularla sumando activa más reactiva caeríamos en un error, dado que visto en forma gráfica (ver la gráfica de la derecha) la corriente aparente es la "diagonal".

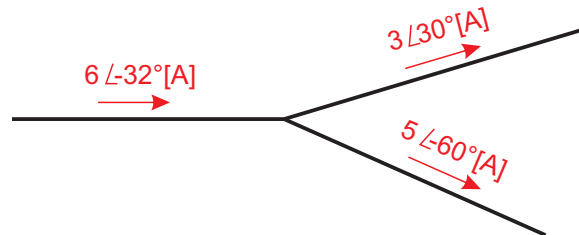


Es interesante notar que los amperímetros que utilizamos a diario miden **CORRIENTE APARENTE**, pero solamente el módulo de la misma, es decir su valor, no nos permiten conocer el desfase de la misma con respecto a la tensión ni cuanto de esta corriente es **ACTIVA** y cuanto **REACTIVA**.



Otro error común en alterna surge al intentar sumar corrientes medidas con un amperímetro. Debemos recordar que nuestro instrumento de medición nos mostrará el valor del módulo, pero no el ángulo, sin embargo, la corriente en cuestión sí posee un desfase. Lo más probable es que las corrientes que midamos no posean el mismo ángulo y por lo tanto, al intentar sumarlas, el resultado que obtengamos no coincida con el que muestre el amperímetro al medir la corriente total.

Veamos lo anterior con un ejemplo:



En este caso al medir en las derivaciones nuestro amperímetro mostraría 3 [A] y 5 [A] respectivamente. Si intentamos sumar, tendríamos $3 + 5 = 8 \text{ [A]}$, sin embargo este no es el valor que obtendremos al medir la corriente total, y el motivo es que no tuvimos en cuenta los desfases de las corrientes a la hora de sumarlas.



Si bien la energía Reactiva no es tenida en cuenta para la facturación en lo que respecta a pequeños clientes.

Los medidores digitales (monofásicos y trifásicos) SI la miden. No así los medidores analógicos, en los que el paso de energía reactiva no generará ni el más mínimo movimiento en su disco.

3-7 Potencias en corriente alterna

Todos los aparatos eléctricos que suministran energía ya sea en forma de luz, calor, sonido, rotación, movimiento, etc, consumen una cantidad de energía eléctrica equivalente a la energía brindada. Esto se debe a que todos ellos tienen, al menos en parte, un comportamiento resistivo. Esta energía consumida se denomina **Activa**, la cual se registra en los medidores y es facturada al consumidor.

Algunos aparatos, debido a su principio de funcionamiento, toman de la fuente de electricidad una cantidad de energía mayor a la que registra el medidor: una parte de esta energía es la ya mencionada energía Activa, y la parte restante no es en realidad consumida sino "entretenida" entre el aparato y la red eléctrica. Esta última se denomina **Reactiva** y no es registrada por los medidores de uso domiciliario.

La energía total (formada por la Activa y la Reactiva) que es tomada de la red eléctrica se denomina Aparente y es la que finalmente debe ser transportada hasta el punto de consumo.

El hecho de transportar una energía mayor a la que realmente se consume, impone la necesidad de que los conductores, transformadores y demás dispositivos que participan en el suministro de esta energía sean más robustos, por lo tanto se eleva el costo del sistema de distribución.

Además, el efecto resultante de una enorme cantidad de usuarios en esta condición, es la disminución de la calidad del servicio eléctrico (altibajos de tensión, cortes de electricidad, etc.). Por estos motivos, las compañías de distribución (EPE), toman medidas que tienden a compensar económicamente esta situación (penalizando la utilización de energía Reactiva) o bien a regularizarla (induciendo a los usuarios a que corrijan sus instalaciones a un mínimo de energía Reactiva).

3-7-1 Potencia Activa (P)

La denominada "potencia activa" representa en realidad la "potencia útil", o sea, la energía que realmente se aprovecha cuando ponemos a funcionar un equipo eléctrico y realiza un trabajo. Por ejemplo, la energía que entrega el eje de un motor cuando pone en movimiento un mecanismo o maquinaria, la del calor que proporciona la resistencia de un calentador eléctrico, la luz que proporciona una lámpara, etc. Esta potencia es la que se consume en las resistencias de una máquina o instalación. Convencionalmente se la representa con la letra **P** y su unidad es el **Watt [W]**.

3-7-2 Potencia Reactiva (Q)

La potencia reactiva es una potencia que realmente NO ES CONSUMIDA ya que no produce trabajo útil. Aparece en una instalación eléctrica en la que existen bobinas o condensadores, y es necesaria para crear campos magnéticos y eléctricos en dichos elementos. Se representa con la letra **Q** y se mide en **VoltAmper Reactivos [VAr]**.

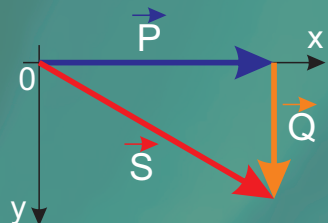
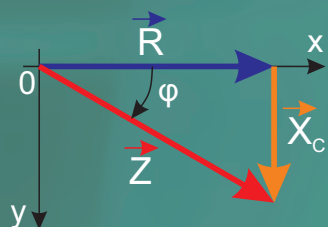
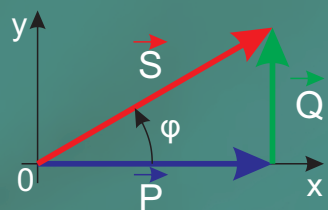
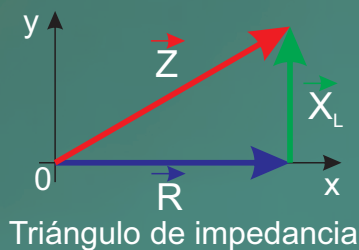
Dentro de esta potencia podemos encontrar dos subtipos según sea demandada por bobinas o por condensadores, esto es: Potencia Reactiva Inductiva (Q_L) para las bobinas (inductancias), y Potencia Reactiva Capacitiva (Q_C) para los condensadores. Los dos tipos de potencia reactiva tienen las mismas características sólo que una es positiva (Q_L) y la otra negativa (Q_C), en definitiva se compensan unas con otras, es decir que si tengo la misma cantidad de Q_L que de Q_C , la suma total de Q es cero (pues tienen signos opuestos), y para el sistema eléctrico es como si estas potencias no existieran.



Elementos que consumen solamente potencia ACTIVA



Elementos que consumen potencia ACTIVA y REACTIVA



3-7-1 Potencia Aparente (S)

La Potencia Aparente es la totalidad de potencia entregada por el sistema eléctrico a una instalación de consumo determinada. Físicamente está formada por la Potencia Activa (P) y la Reactiva (Q), y matemáticamente es la suma vectorial (o geométrica) de dichas potencias, es decir que no las podemos sumar de la forma tradicional sino como vectores. Se simboliza con la letra **S** y su unidad es **Volt-Amper [VA]**.

3-8 Triángulo de potencias

El Triángulo de Potencias es la forma más sencilla para entender cómo está compuesta la Potencia Aparente, y qué es el factor de potencia.

Como podemos observar, la potencia activa P se encuentra siempre en el eje horizontal y hacia la derecha. Recordemos que esta potencia es la que se consume en las resistencias del circuito, por lo cual coincide con dicho parámetro en el triángulo de impedancias.

En el extremo de P y a 90° encontramos la potencia reactiva Q que demanda la inductancia. Recordemos que esta potencia no se consume sino que queda circulando en el circuito. La posición de esta potencia (Q) coincide con la de la reactancia inductiva del triángulo de impedancias.

Si la reactancia fuese capacitiva se invierte el sentido de la potencia reactiva tal y cual sucede con la reactancia capacitiva en el triángulo de impedancias.

Como podemos ver, finalmente la potencia aparente S es la suma vectorial (o geométrica) de las potencias activas y reactivas, es decir la hipotenusa del triángulo de potencias. No olvidar que es la suma vectorial y no una suma común.

El ángulo ϕ (fi) que se forma entre P y S es muy importante en electricidad ya que el coseno de dicho ángulo es el llamado Factor de Potencia.

3-9 Factor de potencia

Es un término utilizado para describir la cantidad de energía eléctrica que se convierte en trabajo útil, es decir, la cantidad de energía que realmente se está aprovechando.

Normalmente las cargas industriales/residenciales tienen un carácter reactivo a causa de la presencia de motores, lámparas fluorescentes, electrodomésticos, etc. Este carácter reactivo obliga a que junto a la Potencia Activa (P) esté presente la Potencia Reactiva (Q). Ambas potencias son necesarias para el funcionamiento de los equipos.

Ya hemos dicho que esta energía reactiva no es consumida por los equipos eléctricos sino que es "entretenida" en la red, es decir que es intercambiada constantemente entre la fuente de energía y la carga.

Ya que no se puede obtener un trabajo útil de esta energía, las empresas distribuidoras no cobran por ella, es decir que no tienen rédito alguno. En definitiva, las instalaciones generan y transportan dos tipos de energía pero los clientes pagan sólo por una. En otras palabras, las empresas distribuidoras (en nuestro caso EPE) deben entregar a los usuarios ambas, la activa y la reactiva, las dos pasarán por nuestros conductores de alta tensión, estaciones transformadoras de 132kV, conductores de media tensión, estaciones transformadoras de rebaje, sub estaciones transformadoras y conductores de baja tensión ocupando espacio, generando pérdidas y caídas de tensión, pero no recibiremos ningún rédito económico por el reactivo.

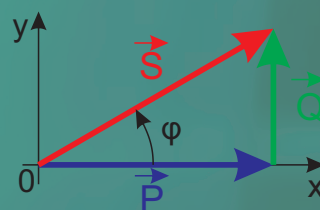
Todo esto ocurre solamente analizando las instalaciones que nos pertenecen, si ampliáramos el planteo al resto del sistema, veríamos que esto afecta a todos los niveles de tensión y en todos los equipos e instalaciones que quedan comprendidos entre las generadoras y los usuarios. Es por esto que las empresas de generación, transmisión y distribución de energía les exigen a sus clientes que mantengan dentro de ciertos valores mínimos el consumo de este tipo de energía.

Desde el punto de vista matemático el factor de potencia se define como la relación entre la Potencia Activa y la Potencia Aparente.

$$\text{Factor de potencia} = \frac{P}{S}$$



Recordando el triángulo de potencias



Y una relación trigonométrica que dice que en un triángulo rectángulo el coseno de uno de sus ángulos es igual a su cateto adyacente dividido su hipotenusa. Vemos que:

$$\text{Factor de potencia} = \frac{P}{S} = \cos(\varphi)$$

3-9-1 Valores

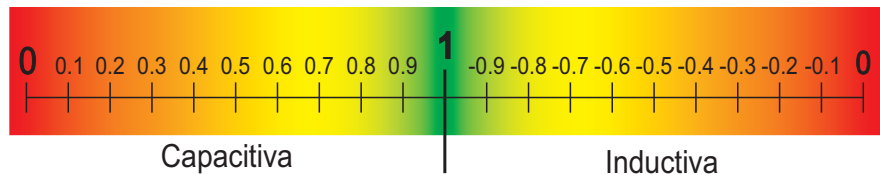
El factor de potencia es adimensional, lo que significa que no tiene ninguna unidad de medida. Esto se debe a que como ya hemos mencionado establece una relación, un porcentaje. El porcentaje de la energía total consumida (Aparente) que está transformándose en trabajo útil (Activa).

Numéricamente tendrá valores que van de 1 a 0. Donde 1 es el valor ideal y significa que el 100% de la energía utilizada es Activa y 0 hace referencia a la peor condición, 0% de aprovechamiento, es decir, que el total de lo consumido es Reactivo.

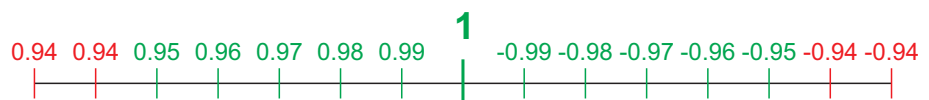
Recordemos que el reactivo puede ser consumido por bobinas o por capacitores, de aquí que existen valores de factor de potencia positivos y negativos. Si al consumo de reactivo lo genera una bobina, entonces el signo será negativo, en cambio, si lo produce un capacitor, positivo.



El signo del factor de potencia se coloca por una convención. Por lo tanto no aparecerá como resultado del cálculo matemático. Debemos agregarlo.



Desde el punto de vista comercial, no tenemos ningún tipo de exigencia hacia los usuarios residenciales con respecto al factor de potencia de sus instalaciones, pero si la tenemos con los grandes usuarios dado que la optimización de sus instalaciones tiene un gran impacto sobre nuestras redes. Un factor de potencia de 1 es muy difícil de mantener, por este motivo nuestra reglamentación contempla un margen. Admitimos factores de potencia comprendidos entre +0.95 y -0.95, en otras palabras, exigimos que como mínimo el 95% de la energía utilizada por ellos sea ACTIVA.



3-9-2 Entendiendo el factor de potencia

Supongamos que un electrodoméstico declara tener una potencia de 2200 [W] y un factor de potencia de 1. ¿Cuánta energía será registrada por el medidor domiciliario si se lo deja funcionando por 5 horas? ¿Que corriente circulará por los conductores?

Este caso es muy sencillo. Un factor de potencia igual a 1 nos indica que en este caso hablar de aparente o de activo es lo mismo, dado que toda la energía demandada es activa (el 100% se transforma en trabajo útil). La energía registrada por el medidor será:

$$E = P \times t = 2200 \text{ [W]} \times 5 \text{ [h]} = 11 \text{ [kWh]}$$

Y la corriente total que circulará por los conductores es de:

$$I = \frac{S}{U} = \frac{2200 \text{ [W]}}{220 \text{ [V]}} = 10 \text{ [A]}$$

¿Que ocurriría si ahora plateáramos la misma situación, pero con un motor que tenga la misma potencia (2200 [W]), pero un factor de potencia de -0.76?

Si la potencia activa consumida es de 2200 [W] (Sabemos que nos referimos a Activa por la unidad), entonces, la energía activa consumida por este motor será de:

$$E = P \times t = 2200 \text{ [W]} \times 5 \text{ [h]} = 11 \text{ [kWh]}$$

Podemos calcular la potencia total (Aparente) consumida por el motor como:

$$S = \frac{P}{\text{Factor de potencia}} = \frac{2200 \text{ [W]}}{0.76} = 2894,7 \text{ [VA]}$$

Y por lo tanto, la corriente total que circulará por el cable de alimentación del motor será:

$$I = \frac{S}{U} = \frac{2894,7 \text{ [VA]}}{220 \text{ [V]}} = 13,1 \text{ [A]}$$

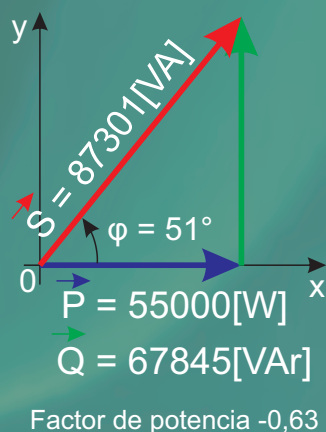
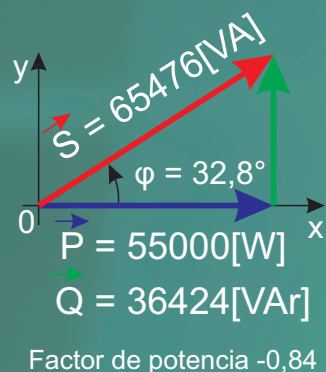
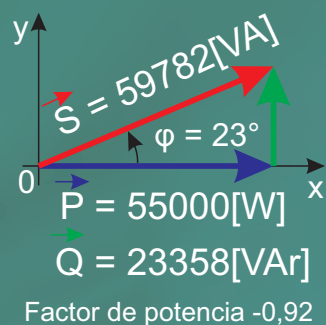
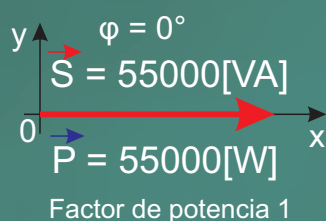


La fórmula que utilizamos para calcular la potencia aparente surge de:

$$\text{Factor de potencia} = \frac{P}{S}$$

$$S \times \text{Factor de potencia} = P$$

$$S = \frac{P}{\text{Factor de potencia}}$$



Note que si no hubiésemos tenido en cuenta el factor de potencia, podríamos haber creído que la corriente que circulaba por el mismo era de 10 [A]. A la hora de determinar la sección de los conductores y el valor de las llaves termomagnéticas para la instalación en cuestión deberemos tener en cuenta el valor TOTAL de corriente que circulará por ellos, ya que por más que no sea facturada por la empresa distribuidora de energía, el circuito debe poder manejar el total de la energía demandada.

En nuestras instalaciones EPE el problema que se presenta es similar al del ejemplo recién planteado, pero a mayor escala. Veamos cómo nos afectaría el factor de potencia de un gran cliente que compra energía en 13,2 [kV] y posee una potencia instalada de 55[kW].

Factor de potencia	Potencia activa demandada	Potencia aparente demandada	Aprovechamiento de la instalación	Corriente demandada
1	55.000[W]	55.000[VA]	100%	4,1[A]
-0,92	55.000[W]	59.782[VA]	92%	4,5[A]
-0,84	55.000[W]	65.476[VA]	84%	4,9[A]
-0,72	55.000[W]	76.388[VA]	72%	5,7[A]
-0,63	55.000[W]	87.301[VA]	63%	6,6[A]
-0,33	55.000[W]	116.666[VA]	33%	8,8[A]

En la tabla anterior queda en evidencia que si no tendríamos ningún tipo de exigencia comercial respecto al factor de potencia, en todos los casos planteados el cliente pagaría el mismo monto, ya que la potencia activa demandada no varía. Sin embargo la repercusión en nuestras instalaciones es sumamente notoria.

En el margen izquierdo se muestran los triángulos de potencia correspondientes a algunos factores mostrados en la tabla, con la intención de que el lector pueda encontrar una forma visual de comprender lo antes planteado.

3-10 Compensación del Factor de potencia

Cuando hablamos de la corrección del factor de potencia nos referimos a los métodos utilizados para llevar dicho factor a los valores permitidos por las empresas distribuidoras. Es decir, para reducir la cantidad de energía reactiva que recorre nuestras instalaciones, logrando así, que sea totalmente, o al menos en mayor medida, activa.

3-10-1 ¿Por qué se debe corregir?

Los principales inconvenientes relacionados a un mal factor de potencia son:

- Incremento de pérdidas por Efecto Joule (Calentamiento):

La potencia que se pierde por calentamiento está dada por la expresión I^2R donde I es la corriente total y R es la resistencia eléctrica de los equipos (bobinados de generadores y transformadores, líneas de distribución, etc.). Cuando nos referimos a corriente total es porque por una línea que alimenta una carga con resistencias y reactancias, circula un valor de corriente que está formado por una "Corriente Activa" que alimenta a las resistencias, y otra "Reactiva" que alimenta a las reactancias (y es la que se busca eliminar). Como resultado tenemos un valor de corriente mayor circulando por la red y los equipos.

Las pérdidas por Efecto Joule se manifestarán principalmente en calentamiento de líneas y cables, calentamiento de bobinados de los transformadores de distribución y disparo sin causa aparente de los dispositivos de protección.

- Sobrecarga de generadores, transformadores y líneas de distribución:

El exceso de corriente (recordemos que el bajo factor de potencia se debe a una gran corriente reactiva, lo cual aumenta la corriente total), ocasiona que los generadores, transformadores y líneas de distribución trabajen al tope de su potencia o con cierta sobrecarga, lo cual presenta dos situaciones: Por ejemplo, si se trabaja a tope de potencia con un bajo factor, el transformador está entregando su potencia nominal (hablamos de potencia aparente) pero es poca la que se transforma en activa, con lo cual se está desperdiciando la capacidad de la máquina. Ahora, si con el objeto de pedirle mayor potencia al transformador, para alimentar la misma carga (con bajo factor), la máquina se verá sobrecargada reduciendo así su vida útil.

- Aumento de la caída de tensión:

Recordemos que según la Ley de Ohm, la caída de tensión es $I \cdot R$, por lo cual al aumentar la corriente total, también lo hace la caída de tensión de, por ejemplo, una línea de distribución. Este efecto hace que en el extremo de aguas debajo de la línea la tensión sea menor que en el extremo de aguas arriba. Si bien la caída de tensión está presente siempre que haya circulación de corriente, cuando el factor de potencia es bajo, la corriente total aumenta, y este efecto se acentúa.

- Incremento de potencia aparente:

La condición ideal para, por ejemplo, un transformador, sería la situación en la que se pueda convertir toda la potencia aparente en potencia activa, es decir los kVA en kW. En esta condición no existiría potencia reactiva, por lo cual el factor de potencia sería 1. Cuando el transformador entrega potencia con un bajo factor, la componente reactiva de la misma es elevada, por lo cual aumenta también la potencia aparente que está entregando la máquina (se sobrecarga). Si por el contrario, queremos mantener al trafo en su potencia nominal, un aumento de la potencia reactiva debe ir acompañado de una disminución de la activa, con lo cual la máquina pierde capacidad de carga útil.

Pensemos en ésta condición pero desde una analogía con cerveza. La capacidad de la jarra representará la potencia del transformador (aparente [kVA]), la cantidad de cerveza líquida la potencia activa [kW] y la cantidad de espuma la potencia reactiva [kVAR]. Siguiendo el mismo desarrollo que en el párrafo anterior, lo ideal sería que la jarra este llena de cerveza. En esta condición no existiría espuma y el factor de potencia sería 1. Cuando el factor de potencia es bajo, la cantidad de espuma aumenta y la jarra rebalsa (se excede su límite). Si por el contrario, queremos evitar que rebalse, más espuma significará menos cantidad de cerveza, con lo cual la jarra está mal aprovechada.



3-10-2 ¿Cómo se corrige?

Para determinar las medidas a tomar, primero debemos saber cuál es la naturaleza de la carga que estamos alimentando (inductiva o capacitiva). En la gran mayoría de los casos las cargas son inductivas y es por esto que vamos a hacer hincapié en este caso.

Cargas inductivas

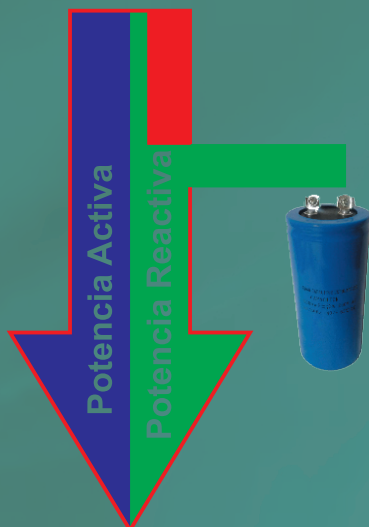
Los motores asíncronos, las bobinas, los equipos de iluminación fluorescente, y algunos equipos más son vistos por el sistema eléctrico como cargas inductivas, y requieren de éste una determinada cantidad de potencia reactiva (QL) para generar los campos magnéticos necesarios para su funcionamiento. Ahora, las preguntas son: ¿Podemos prescindir de los campos magnéticos en las bobinas? ¿Tiene sentido tener una bobina y que esta no genere campo alguno? ¿Funcionaría un transformador o un motor si no existieran los campos magnéticos correspondientes? Obviamente la respuesta es NO. Entonces, si los campos magnéticos son necesarios y estos son producidos únicamente por la potencia reactiva: ¿Cómo podemos hacer para generar los campos magnéticos sin demandar energía reactiva del sistema eléctrico?

La respuesta se encuentra en el uso de condensadores (o capacitores) conectados en paralelo con la carga ¿Cuál es la lógica de esto? Si se conectan al mismo circuito una reactancia inductiva y una capacitiva (de igual valor) se dará una situación en la que las cargas reactivas se anulan entre sí y por ende la potencia reactiva desaparece. Este efecto se da debido al intercambio energético entre bobinas y capacitores, en el cual la energía reactiva queda confinada entre ambos elementos, dado que si bien los dos la necesitan, el momento en que uno demanda coincide con el que el otro devuelve, y viceversa. Por lo tanto, la energía reactiva ya no debe ser entregada por la fuente (generador, transformador, etc).

Ahora, ¿qué sucede cuando las reactancias inductivas y capacitivas no son iguales? Supongamos que se instala en paralelo con una carga inductiva una carga capacitiva de menor valor. Esta última compensará en forma parcial (no la anula por completo), ya que quedará una carga inductiva neta de menor valor que la original. Por ejemplo si se está demandando una potencia inductiva de 200 kVAR y se le instala en paralelo una potencia capacitiva de 180 kVAR, la nueva carga será de 20 kVAR inductivos.

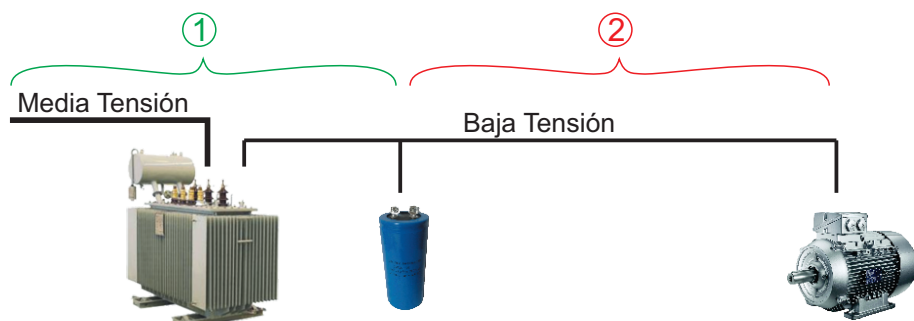


En el gráfico se muestra una carga inductiva alimentada por un transformador. En este caso el factor de potencia no está compensado y por eso toda la energía reactiva la está entregando la fuente de tensión.



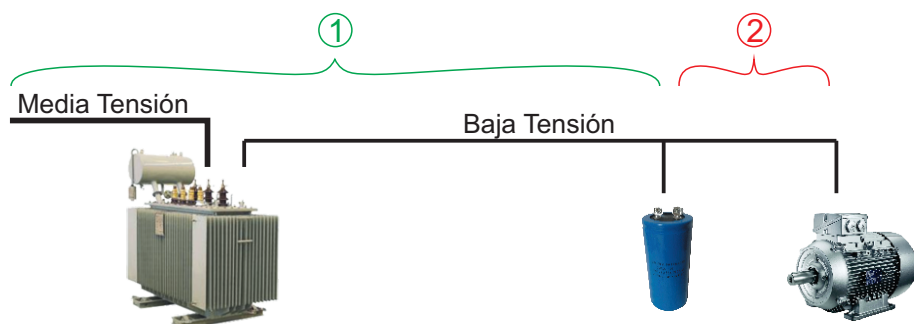
Como se puede ver, aquí la compensación es parcial, pues de haber sido total, el 100% de la energía reactiva la hubiesen entregado los capacitores, y el transformador sólo hubiese abastecido la potencia activa (condición ideal). Parte de la energía reactiva sigue siendo entregada por el transformador, mientras que la mayoría de la misma es entregada ahora por el banco de capacitores.

Debemos tener en cuenta que cuando compensamos el factor de potencia, la liberación de energía reactiva se hace aguas arriba del banco de capacitores, ya que entre estos y la carga inductiva dicha energía sigue circulando. Es por esto que se debe analizar muy bien dónde se va a instalar el banco de capacitores. Veamos esto con ejemplos:



En la figura se observa el esquema cuando se compensa el factor de potencia a la salida de la fuente de energía. Si dividimos la línea que conecta el transformador con la carga en dos tramos (1 y 2), podemos analizar lo que sucede en cada uno de ellos. El tramo 1 sólo transporta energía activa (pues la energía reactiva ya fue compensada por los capacitores). El tramo 2 no sólo transporta la energía activa proveniente de la fuente, sino también la energía reactiva que circula entre capacitores e inductancias.

El problema radica en la longitud de cada tramo. Compensando de esta manera descargamos sólo el tramo 1 (y el transformador), que es muy corto ya que normalmente el banco de capacitores se instala en la misma estación transformadora. Por otro lado, el tramo 2 queda en las mismas condiciones que antes de hacer la compensación, pues recordemos que sólo se descarga la instalación aguas arriba de los capacitores. Este segundo tramo (totalmente cargado) es muy largo y en él aparecen los inconvenientes ya enunciados (caídas de tensión, pérdidas Joule, etc).



En la primer figura, vemos que la compensación se hizo en las proximidades de la carga. En cambio ahora, en la segunda, el tramo 2, que sigue estando totalmente cargado, es mucho más corto, con lo cual las pérdidas son menores. Por otro lado el tramo 1, que sólo transporta energía activa, tiene una longitud mucho mayor que en el caso anterior, pero por ser menor la corriente, los problemas que ya nombramos se reducen considerablemente.

Cargas capacitivas

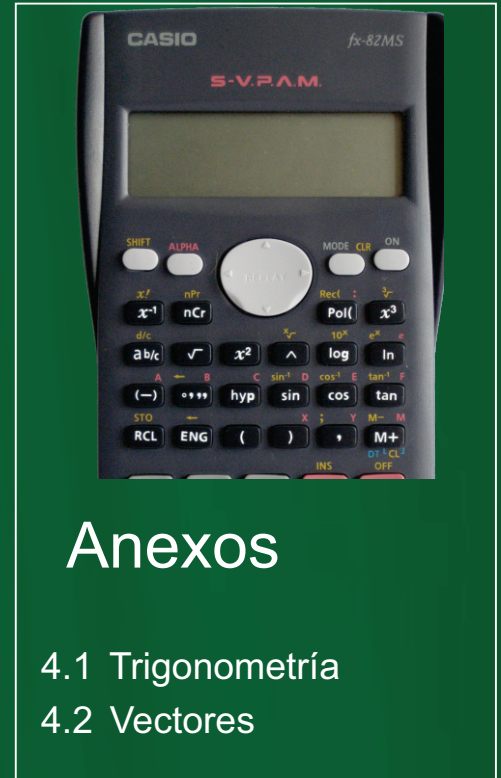
Así como es perjudicial para el sistema eléctrico un factor de potencia inductivo menor a 0,95, también lo es si toma los mismos valores pero capacitivo. Este caso es muy poco frecuente pero es igualmente importante compensar este tipo de cargas. Uno de los casos en los que se da esta situación es en líneas muy largas de alta y muy alta tensión cuando no tienen carga alguna (están en vacío) o la tienen pero es muy pequeña. Estas líneas tienen un efecto capacitivo el cual no se puede anular naturalmente por no existir corriente (inductiva) circulante y produce un aumento de tensión del lado de la carga. Es evidente que a este efecto hay que compensarlo de alguna manera. ¿Cómo lo podríamos hacer? ¿Cómo compensaríamos las cargas capacitivas? Obviamente debemos usar las cargas opuestas a estas, es decir las inductivas.

La forma de conexión es la misma que en el caso anterior, es decir en paralelo con el sistema a compensar. El principio de compensación es el mismo que para cargas inductivas. El comportamiento energético en este caso es exactamente igual que para la compensación del factor de potencia inductivo.

Todo lo explicado con respecto a la ubicación del banco de capacitores, se aplica perfecta y textualmente a la ubicación de las bobinas compensadoras del factor de potencia capacitivo.



Para compensar un factor de potencia capacitivo se deben conectar en paralelo con la carga capacitiva una carga inductiva que sea igual o un tanto menor que la primera.

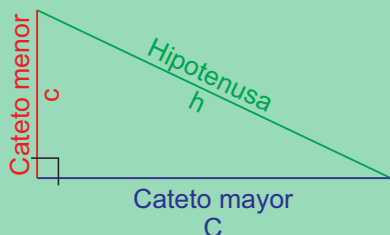


Anexos

4.1 Trigonometría

4.2 Vectores

4-1 Trigonometria

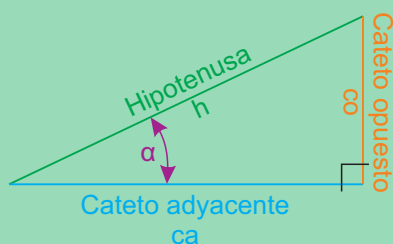


Recordando que la inversa del cuadrado de un número es la raíz cuadrada y despejando, a partir del teorema de pitágoras se puede averiguar el valor de cualquiera de los lados de un triángulo rectángulo si conocemos el valor de los dos restantes.

$$h = \sqrt{C^2 + c^2}$$

$$C = \sqrt{h^2 - c^2}$$

$$c = \sqrt{h^2 - C^2}$$



Si utilizamos una calculadora, a las funciones trigonométricas reciprocas (ArcSeno, ArcCoseno y ArcTangente) las encontraremos como Sin^{-1} , Cos^{-1} y Tan^{-1} .

La trigonometría es una rama de la matemática que estudia las relaciones entre los lados y ángulos de los triángulos.

Esta herramienta nos resultará de suma utilidad, dado que en el estudio de C.A. nos encontraremos con varios triángulos rectángulos en los que las medidas de sus lados y sus ángulos representarán parámetros eléctricos.

Quando nos referimos a triángulos rectángulos, sus lados se denominan **hipotenusa**, **cateto mayor** y **cateto menor** y entre ellos existe una relación dada por el teorema de pitágoras que establece que el valor de su hipotenusa al cuadrado es igual a la suma de los valores de sus catetos al cuadrado. Escrito matemáticamente, esto sería:

$$h^2 = C^2 + c^2$$

Por otro lado, si lo que se quiere es relacionar los lados de un triángulo rectángulo con sus ángulos, existen 3 identidades trigonométricas que pueden utilizarse. En cualquiera de los casos la relación se establecerá entre uno de los dos ángulos distintos a 90° y dos de los lados del triángulo. Para usar estas identidades nos referiremos a los lados como **hipotenusa**, **cateto opuesto** y **cateto adyacente**:

$$\text{Seno}(\alpha) = \frac{Ca}{h}$$

$$\alpha = \text{ArcSeno}\left(\frac{Ca}{h}\right)$$

$$\text{Coseno}(\alpha) = \frac{Co}{h}$$

$$\alpha = \text{ArcCoseno}\left(\frac{Co}{h}\right)$$

$$\text{Tangente}(\alpha) = \frac{Co}{Ca}$$

$$\alpha = \text{ArcTangente}\left(\frac{Co}{Ca}\right)$$

Al igual que con el teorema de Pitágoras, podemos utilizar álgebra para despejar el parámetro que necesitamos:

$$Ca = \text{Seno}(\alpha) \times h$$

$$h = \text{Seno}(\alpha) \times Ca$$

$$Co = \text{Coseno}(\alpha) \times h$$

$$h = \text{Coseno}(\alpha) \times Co$$

$$Co = \text{Tangente}(\alpha) \times Ca$$

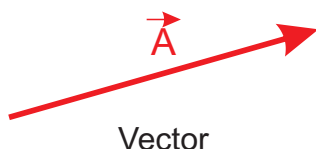
$$Ca = \text{Tangente}(\alpha) \times Co$$

4-2 Vectores

La representación senoidal de la tensión nos permite, estudiar el fenómeno eléctrico visualizando su forma y características de la mejor manera. Sin embargo, se torna muy compleja de operar, y por lo tanto se prefiere el uso de una forma alternativa, la representación **fasorial**.

Aprenderemos entonces cómo utilizar esta importante herramienta.

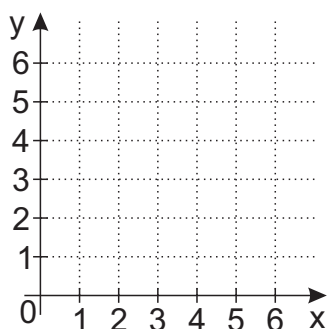
Existen magnitudes físicas, tales como la energía, la temperatura, etc; que quedan definidas por un número y las unidades utilizadas en su medida, mientras que otras, como la velocidad, la fuerza, el campo magnético, etc., necesitan además una dirección, un sentido y un punto de aplicación. Estas últimas magnitudes son llamadas vectoriales, mientras que las primeras se denominan escalares.



Cada vector posee las siguientes características:

- **Punto de aplicación:** Es el punto exacto sobre el que actúa el vector.
- **Módulo:** Es la longitud del vector. Para hallarla es preciso medir desde su origen hasta su extremo.
- **Dirección:** Viene dada por la orientación en el espacio de la recta que contiene al vector.
- **Sentido:** Se indica mediante una punta de flecha situada en el extremo del vector, indicando hacia qué lado de la línea de acción se dirige el vector.

Ala hora de representar gráficamente un vector, haremos uso de un sistema de coordenadas que se denomina cartesiano, consistente en 2 ejes perpendiculares entre si que se intersectan en un punto que se denomina "origen de coordenadas". Al eje horizontal se le asigna por lo general la letra "X", mientras que al vertical se lo designa con la "Y".

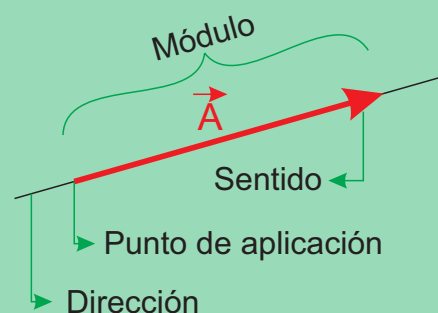


Un **fasor** no es más que un **vector** que **gira** a velocidad constante en sentido antihorario.

La posibilidad de utilizar fasores como representación alternativa a la senoidal, surge de la vinculación que puede establecerse entre la posición del rotor de un generador y el valor de la tensión en ese momento.

Ecuación senoidal del voltaje de una línea de BT:

$$u(t) = \sqrt{2} \cdot 220 \cdot \text{seno}(2 \cdot \pi \cdot 50 \cdot t)$$



Existen 2 maneras de representar numéricamente un vector:

- Forma rectangular.
- Forma polar.

4-2-1 Forma rectangular



El vector queda perfectamente definido conociendo las coordenadas del comienzo y el final. Como siempre consideraremos que el comienzo del vector se encuentra en el origen de coordenadas, solo debemos definir el punto final y lo haremos con un valor horizontal y uno vertical.

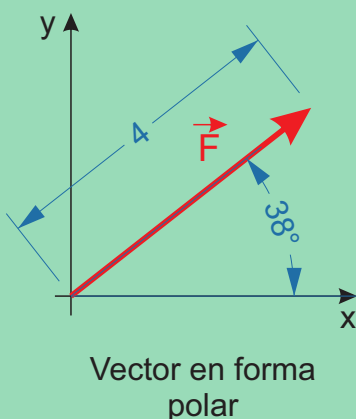
Veámoslo con un ejemplo. En la figura de la izquierda podemos ver el vector “E” que hemos representado en un sistema cartesiano. Haciendo uso de los ejes, podemos notar, que la punta del vector llega en el eje horizontal hasta el 6 y en el vertical al 4. Queda definido entonces el vector “E”, como una flecha que va desde el origen de coordenadas hasta dicha intersección.

Numericamente, podemos expresar al vector “E” como:

$$\vec{E} = 6 + j 4$$

Donde “j” identifica al termino que corresponde al eje y.

4-2-2 Forma polar



Otra alternativa es la de representar al vector por medio de su módulo y el ángulo que forma con el eje horizontal (eje X).

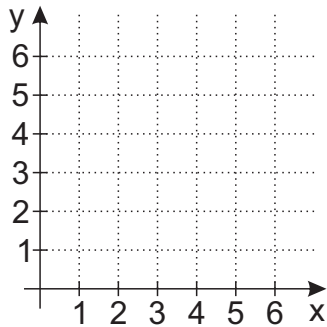
En el ejemplo de la izquierda podemos ver que el módulo del vector “F” es 4, mientras que el ángulo que forma con el eje X es de 38°. Podemos entonces escribir al vector como:

$$\vec{F} = 4 \angle 38^\circ$$

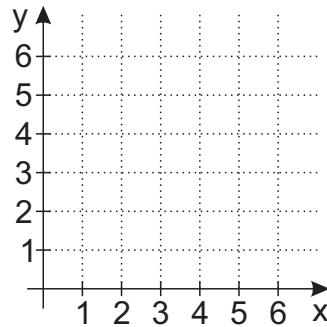
4-2-3 Ejercicios

Graficar los siguientes vectores:

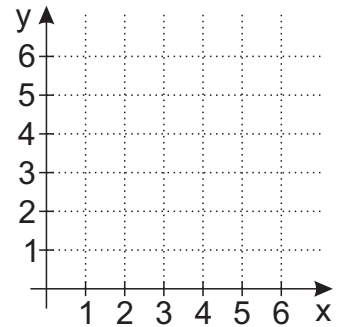
$$\vec{A} = 2 + j 3$$



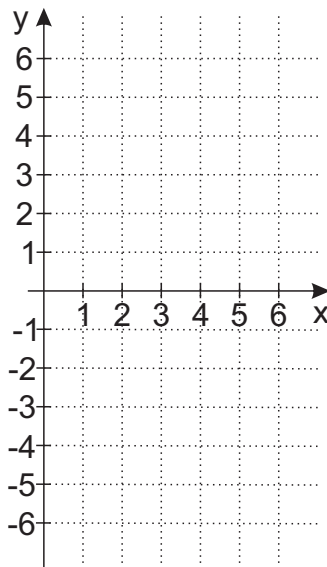
$$\vec{B} = 5 + j 5$$



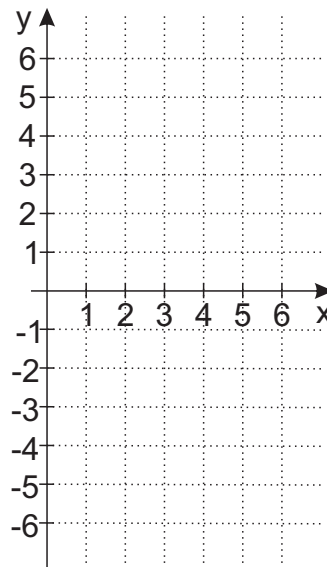
$$\vec{F} = 2 + j 0$$



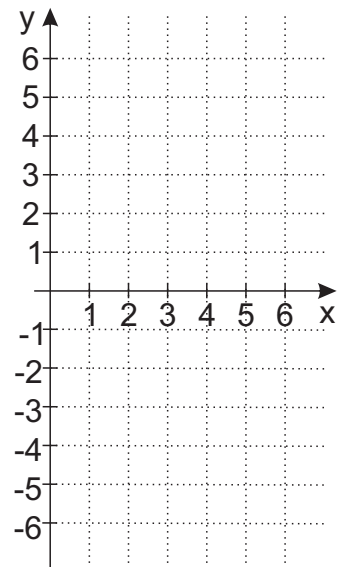
$$\vec{D} = 3 - j 5$$



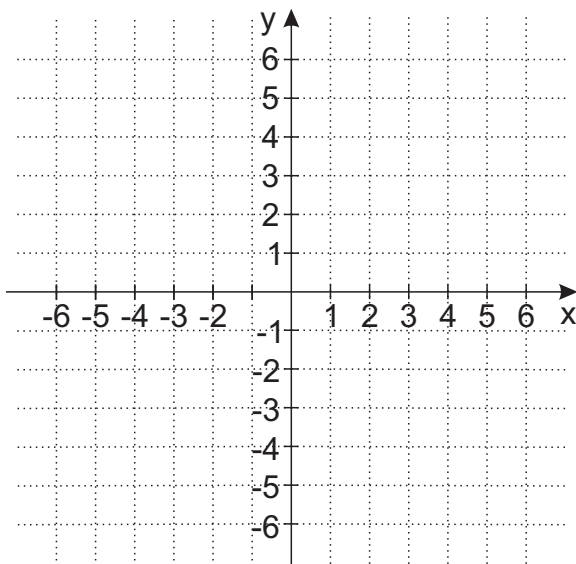
$$\vec{C} = 5,8 \angle 31^\circ$$



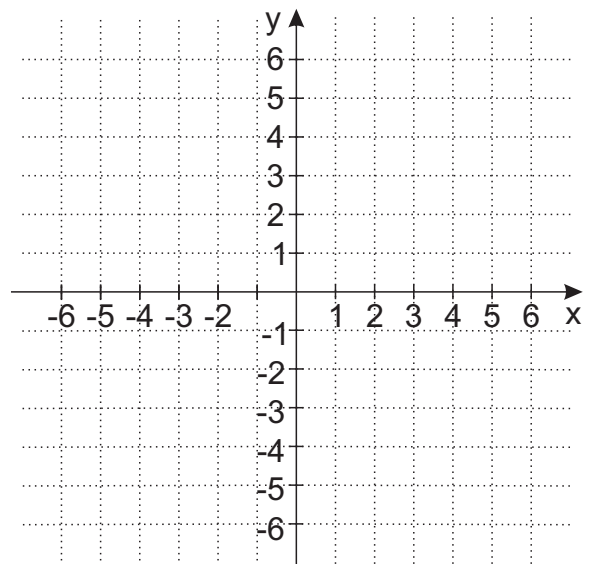
$$\vec{G} = 4 \angle -90^\circ$$



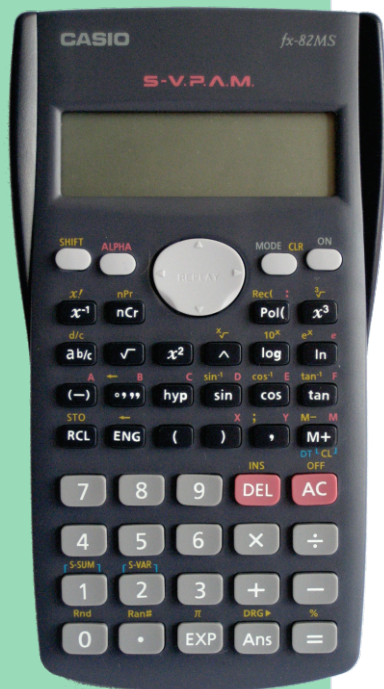
$$\vec{E} = 5,4 \angle 112^\circ$$



$$\vec{F} = 4,5 \angle -153^\circ$$



4-2-4 Uso de calculadora científica



A fin de facilitar el pasaje de vectores entre las formas polar y rectangular y evitar que la operación en si resulte una traba, se desarrollaran estos temas utilizando como herramienta una calculadora científica.

Antes de hacerlo, se explicará brevemente la manera en que ésta se opera, utilizando una calculadora CASIO modelo fx-82MS, dado que el centro de capacitación cuenta con varios ejemplares de la misma.

Lo primero que tenemos que identificar es el botón de encendido. Éste se encuentra en la esquina superior derecha, identificado con la serigrafía “ON”.

En la esquina superior izquierda, encontraremos 2 botones que nos serán de gran utilidad, “SHIFT” y “ALPHA”. Para entender como se utilizan, utilizaremos un ejemplo con la tecla “tan”.



La tecla en cuestión, puede cumplir 3 funciones:

- Si la presionamos, realizará lo indicado por la serigrafía de color blanco impresa sobre la misma, en este caso, “tan” (tangente).
- Por sobre la tecla, en el mismo color que “SHIFT”, encontramos la inscripción “ $\tan^{-1}$ ” (tangente inversa). Si deseamos utilizar esta función, antes de presionar “tan”, deberemos pulsar “SHIFT”.
- También sobre la tecla, pero en el color de “ALPHA”, encontramos la inscripción “F” (una memoria donde la calculadora puede guardar algún valor). Si deseamos acceder a la misma, entonces antes de presionar “tan”, deberemos pulsar “ALPHA”.

Esta manera de acceder a las distintas funciones igual para cualquiera de las teclas de la calculadora y en general puede hacerse extensivo para otras marcas y modelos.

Por último, si deseamos apagar la calculadora, deberemos presionar “SHIFT” y luego “AC”, para de esta forma acceder a la función “OFF”

4-2-5 Pasaje de forma rectangular a polar

Si bien es posible realizar este procedimiento utilizando trigonometría, optaremos por abordarlo mediante el uso de calculadora.

Veamoslo con un ejemplo. Supongamos que deseamos pasar el vector “E” que se encuentra escrito en forma rectangular, a coordenadas polares.

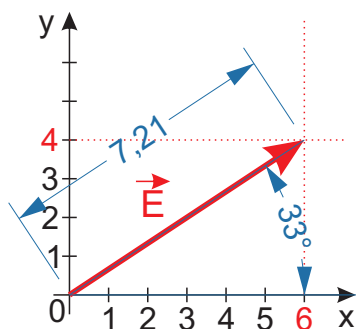
$$\vec{E} = 6 + j 4$$

Utilizando la calculadora, realizaremos entonces los siguientes pasos:

- 1) Presionamos la tecla
- 4) Ingresamos el valor de la componente vertical del vector. En este caso **4**.
- 5) Presionar la tecla
- 6) Presionar . El valor que aparezca en pantalla como resultado, corresponde al módulo del vector expresado en forma polar. Para nuestro ejemplo el resultado será **7,21**.
- 7) Presionamos y luego
- 8) Presionar . El valor que aparezca en pantalla como resultado, corresponde al ángulo del vector expresado en forma polar. Para nuestro ejemplo el resultado será **33,69°**.

Con los datos obtenidos, podemos reescribir el vector “E”, pero ahora en forma polar.

$$\vec{E} = 7,2 \angle 33^\circ$$



Ejercicios:

Pasar los siguientes vectores a forma polar

$$\vec{A} = 2 + j 3$$

$$\vec{A} = \quad \angle$$

$$\vec{B} = 5 + j 5$$

$$\vec{B} = \quad \angle$$

$$\vec{C} = 5 + j 3$$

$$\vec{C} = \quad \angle$$

$$\vec{D} = 3 - j 5$$

$$\vec{D} = \quad \angle$$

4-2-6 Pasaje de forma polar a rectangular

Al igual que en caso anterior veamos con un ejemplo como se realiza esta operación.

Supongamos que deseamos pasar el vector "F" que se encuentra escrito en forma polar, a coordenadas rectangulares.

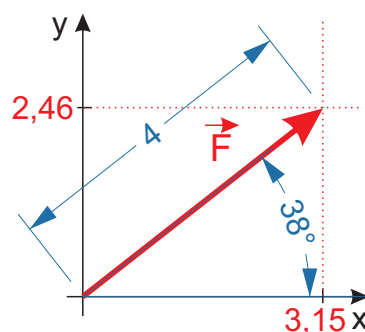
$$\vec{F} = 4 \angle 38^\circ$$

Utilizando la calculadora, realizaremos entonces los siguientes pasos:

- 1) Presionamos  y luego la tecla 
- 2) Ingresamos el valor del módulo del vector. En este caso **4**.
- 3) Presionar la tecla 
- 4) Ingresamos el valor del ángulo del vector. En este caso **38°**.
- 5) Presionar la tecla 
- 6) Presionar . El valor que aparezca en pantalla como resultado, corresponde al módulo del vector expresado en forma polar. Para nuestro ejemplo el resultado será **3,15**.
- 7) Presionamos  y luego 
- 8) Presionar . El valor que aparezca en pantalla como resultado, corresponde al ángulo del vector expresado en forma polar. Para nuestro ejemplo el resultado será **2,46**.

Con los datos obtenidos, podemos reescribir el vector "F", pero ahora en forma rectangular.

$$\vec{F} = 3,15 + j 2,46$$



Ejercicios:

Pasar los siguientes vectores a forma rectangular

$$\vec{E} = 5,4 \angle 112^\circ$$

$$\vec{E} = \quad j$$

$$\vec{F} = 2 \angle 0^\circ$$

$$\vec{F} = \quad j$$

$$\vec{G} = 4 \angle -90^\circ$$

$$\vec{G} = \quad j$$

$$\vec{H} = 4,5 \angle -153^\circ$$

$$\vec{H} = \quad j$$

4-2-7 Suma y resta de vectores

Para poder sumar o restar vectores es conveniente tenerlos en forma rectangular. Así se puede llevar a cabo la operación sumando o restando todas las componentes horizontales por un lado y todas las componentes verticales por otro.

Veamoslo con un ejemplo. Supongamos que deseamos **sumar** los vectores "A" y "B".

$$\vec{A} = 6 + j 4 \qquad \vec{B} = 2 - j 3$$

$$\vec{A+B} = (6 + 2) + j(4 + (-3))$$

En este punto debemos recordar la regla de los signos. En el termino vertical del vector suma, existen dos signos que se están multiplicando. El "+" propio de la suma y el "-" perteneciente al valor de la parte vertical del vector B. Matemáticamente, esto equivale a una resta, y por lo tanto:

$$\vec{A+B} = (6 + 2) + j(4 - 3)$$

$$\vec{A+B} = 8 + j 1$$

De la misma forma, veamos como **restar** vectores.

$$\vec{A-B} = (6 - 2) + j(4 - (-3))$$

Aplicando nuevamente la regla de los signos, el equivalente a dos signos negativos que se multiplican es una suma.

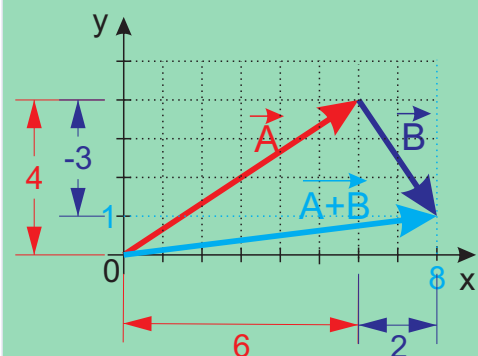
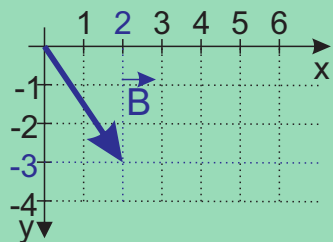
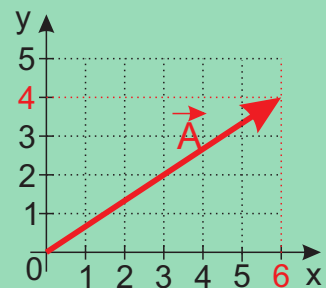
$$\vec{A-B} = (6 - 2) + j(4 + 3)$$

$$\vec{A-B} = 4 + j 7$$

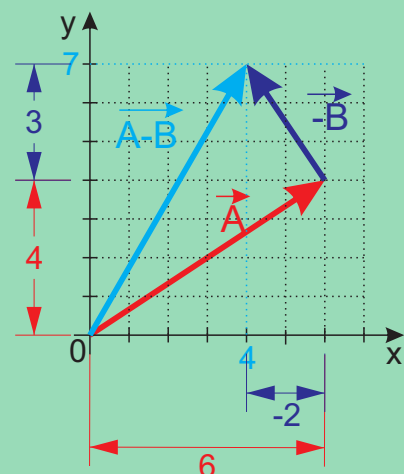
4-2-8 Suma y resta de vectores en forma gráfica

Gráficamente la suma de vectores se hace colocando un vector a continuación del otro (respetando módulos y ángulos), y para obtener el vector resultante solo basta con unir el comienzo del primer vector con el fin del último.

Cuando se desea restar gráficamente dos vectores, (A-B) se debe invertir el sentido del vector que se resta (B) y luego se procede a sumar según se explicó anteriormente (A+(-B)).



Suma gráfica de vectores



Resta gráfica de vectores

4-2-9 Multiplicación y división de vectores

Para multiplicar o dividir dos vectores es conveniente tenerlos en forma polar. De no tenerlos escritos en esta forma, tendremos que realizar, por el método visto anteriormente, el correspondiente pasaje de forma rectangular a polar.

Si queremos **multiplicar**, los módulos de los vectores se multiplicarán, mientras que sus ángulos se suman. Veamos un ejemplo.

$$\begin{aligned}\vec{A} &= 4 \angle 38^\circ & \vec{B} &= 2 \angle 64^\circ \\ \vec{A \times B} &= (4 \times 2) \angle (38^\circ + 64^\circ) \\ \vec{A \times B} &= 8 \angle 102^\circ\end{aligned}$$

Para **dividir**, en cambio, el módulo del resultado, es el cociente de los módulos parciales y el ángulo es la resta de los ángulos parciales.

$$\begin{aligned}\vec{A} &= 4 \angle 38^\circ & \vec{B} &= 2 \angle 64^\circ \\ \vec{A \div B} &= (4 \div 2) \angle (38^\circ - 64^\circ) \\ \vec{A \div B} &= 2 \angle -26^\circ\end{aligned}$$

Otra manera de resolver la multiplicación, consiste en ordenar los vectores a multiplicar uno sobre el otro. Luego, operando en forma vertical, deberemos multiplicar los módulos y sumar los ángulos.

$$\begin{array}{r} \vec{A} = 4 \angle 38^\circ \\ \quad \times \quad + \\ \vec{B} = 2 \angle 64^\circ \\ \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \vec{A \times B} = 8 \angle 102^\circ \end{array}$$

Para el caso de la división.

$$\begin{array}{r} \vec{A} = 4 \angle 38^\circ \\ \quad \div \quad - \\ \vec{B} = 2 \angle 64^\circ \\ \quad \downarrow \quad \downarrow \\ \vec{A \div B} = 2 \angle -26^\circ \end{array}$$

4-2-10 Ejercicios de operaciones con vectores

Suma y resta:

$$\vec{A} + \vec{B} =$$

$$\vec{A} - \vec{B} =$$

$$\vec{C} + \vec{A} =$$

$$\vec{C} - \vec{A} =$$

$$\vec{B} + \vec{D} =$$

$$\vec{D} - \vec{E} =$$

$$\vec{F} + \vec{G} =$$

$$\vec{F} - \vec{G} =$$

Vectores en forma rectangular:

$$\vec{A} = 2 + j 3$$

$$\vec{B} = 5 + j 5$$

$$\vec{C} = 5 + j 3$$

$$\vec{D} = 3 - j 5$$

$$\vec{E} = -2 + j 5$$

$$\vec{F} = 2 + j 0$$

$$\vec{G} = 0 - j 4$$

$$\vec{H} = -4 - j 2$$

Multiplicación y división:

$$\vec{A} \times \vec{B} =$$

$$\vec{A} \div \vec{B} =$$

$$\vec{C} \times \vec{A} =$$

$$\vec{C} \div \vec{A} =$$

$$\vec{B} \times \vec{D} =$$

$$\vec{D} \div \vec{E} =$$

$$\vec{F} \times \vec{G} =$$

$$\vec{F} \div \vec{G} =$$

Vectores en forma polar:

$$\vec{A} = 3,6 \angle 56^\circ$$

$$\vec{B} = 7,1 \angle 45^\circ$$

$$\vec{C} = 5,8 \angle 31^\circ$$

$$\vec{D} = 5,8 \angle -59^\circ$$

$$\vec{E} = 5,4 \angle 112^\circ$$

$$\vec{F} = 2 \angle 0^\circ$$

$$\vec{G} = 4 \angle -90^\circ$$

$$\vec{H} = 4,5 \angle -153^\circ$$

Usar elementos de protección personal y cumplir con las normas de seguridad no es cosa de cobardes, sino de inteligentes.



Energía de Santa Fe

